流体地球科学 第5回

東京大学 大気海洋研究所 准教授
藤尾伸三
http://ovd.aori.u-tokyo.ac.jp/fujio/2019chiba/
fujio@aori.u-tokyo.ac.jp

2020/1/10

最終更新日 2020/01/06

慣性振動の特徴

- 回転の向きは $\begin{cases} \text{北半球は，時計回り} \\ \text{南半球は，反時計回り} \end{cases}$ （赤道上では，直進）

  $\begin{cases} \text{北半球} \\ \text{南半球} \end{cases}$ では，コリオリ力は進行方向に対して $\begin{cases} \text{右向き} \\ \text{左向き} \end{cases}$ に働く

- 慣性周期…一周に要する時間（周期）

  $$T = \frac{2\pi}{f} = \frac{2\pi}{2\Omega\sin\phi} = \frac{T_E}{2\sin\phi} \quad \left[T_E = \frac{2\pi}{\Omega} \text{ は地球の自転周期（約 1 日）} \right]$$

  緯度が低いほど，周期は長い（速度に依らない）

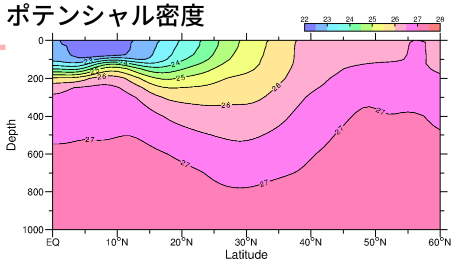
  $\begin{cases} \text{赤道…慣性振動しない（周期無限大）} \\ \text{北極…自転周期の半分（半日）} \\ \text{北緯 30 度…} \sin\phi = 1/2 \text{ だから，自転周期（1 日）} \end{cases}$

- 回転の半径 $R = \dfrac{V}{f}$.

  → 初速が大きいと，半径は大きい．
  → 緯度が低いと，半径は大きい（赤道 $f = 0$ では半径無限大→直線運動）

前回のポイント

ポテンシャル密度



なぜ海洋の水温は，深いほど低いのか?

- 混合層の下（海面フラックスが影響しない）では，水温，塩分，ポテンシャル密度を保持して流れる
  ＝ 等温線等に沿った流れ，同じ浮力
  ※ 実際には，周囲の水と徐々に混ざるので，値が変わる
- 低緯度の深いところの水は，高緯度側の海面の水が流れてきた．
  より深い水ほど，より高緯度から（深海底付近は，極域）
- 積み重なった暖かい水の層 ＝ 主水温躍層

地球流体力学

- 流体粒子を考えると，質点の力学が使える（粒子間の作用: 圧力，粘性）
- 回転する場に働くみかけの力 → 遠心力，コリオリ力
- コリオリ係数 $f = 2\Omega\sin\phi$（地球の自転角速度 $\Omega = 2\pi/1$ 恒星日，緯度 ϕ）
  自分の自転角速度（自分と地球の自転軸の角度のずれ→ $\sin\phi$）の「2 倍」
- 鉛直＝重力（地球自転の遠心力含む）の方向．水平面＝鉛直と直交する面
- 地球上の慣性運動 → 慣性振動（等速円運動）

慣性振動の観測例

慣性振動を観測するには，長時間（慣性周期程度），物体に力が加わらず，初速が維持される（粘性などがない）ことが必要．

北緯 30 度（慣性周期は 1 日），深さ 1000m に放流した中立ブイの軌跡

nanniti1964a-Fig3-1.png

3.5 日間の軌跡

nanniti1964a-Fig5-1.png

平均を除いた軌跡
半径は約 1 海里 (1.85km)
→ 時速 約 0.5m（徒歩は時速 4km）

Nan'niti et al. (1964)

緯度による違い

時速 100km で真北に投げた軌跡 →

低緯度ほど $\begin{cases} \text{半径 } V/f \text{ が大きい} \\ \text{周期 } 2\pi/f \text{ が長い} \end{cases}$

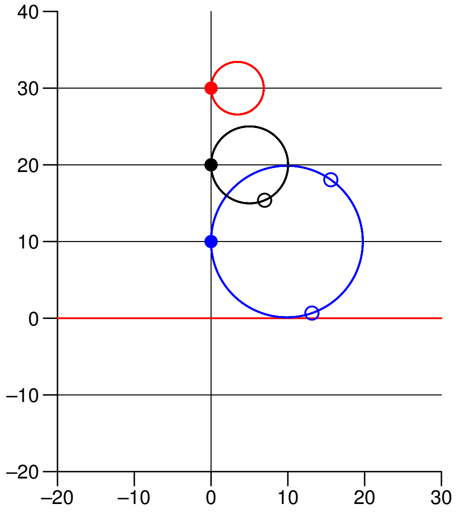
※ 速さは常に時速 100km だが，慣性周期が長いと円周が長くなる

半径が大きいと，周上の f は異なる

$\begin{cases} \text{高緯度側で小回り} \\ \text{低緯度側で大回り} \end{cases}$

→ 円にならない

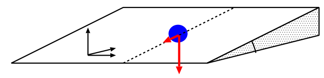
※ 半径が小さければ，緯度による f の違いは気にしなくてよい



数字は緯度・経度 (の目安)
1 周期分 (○印は 1 日おき)

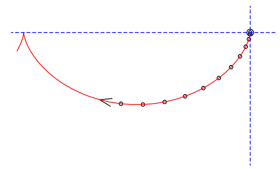
斜面での運動

水平面から角度 α で傾いている $(s = \sin\alpha)$
斜面下方向にかかる重力…$F_y = -mgs$



● 静止状態から始める

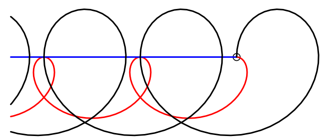
- 最初は，斜面の下方向に転がる．
  → コリオリ力が働いて，右に曲がる．
  → 元の高さに戻る
- 運動エネルギーと位置エネルギーの和が保存



● 落ちない速さ V で真横 $(-x$ 方向$)$ に転がす

- 斜面を下る向きの重力 mgs と，上る向きのコリオリ力 fmV が釣り合う．
  $V = \dfrac{gs}{f}$ → 等速直線運動
- $g = 9.8$, $f = 8\times10^{-5}$, $s = 10^{-3}$ $(= 1\text{mm}/1\text{m} = 1\text{m}/1\text{km})$ とすると，
  $V = 120\ \text{m s}^{-1}$ (時速 440km，速すぎ)

●どんな初速を与えても，1 慣性周期後に最初の高さに戻る
→ V の直線運動＋慣性振動の円運動



ベータ効果

低緯度側 (西向きで) 大回りになり，一周期で物体は「西」にずれる
※ 南半球でも西向き

コリオリ係数が緯度によって異なる
(地球は球だから)…ベータ効果

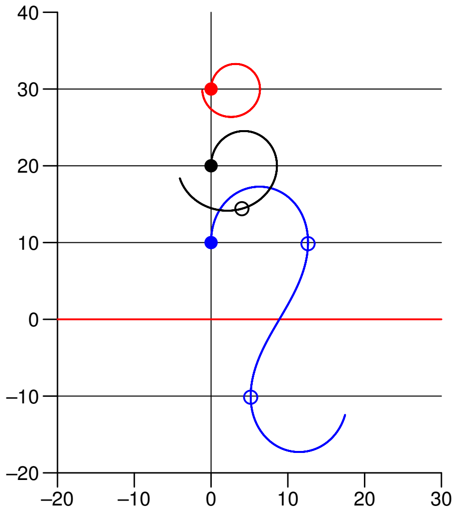
海洋や大気の大規模な循環に重要
(慣性振動で西にずれるのは一例)

$f = 2\Omega\sin\phi$ は，近似的に

$$f(y) = f_0 + \beta(y - y_0)$$
$$f_0 = 2\Omega\sin\phi_0$$
$$\beta = \frac{df}{dy} = \frac{df}{d\phi}\frac{d\phi}{dy} = \frac{2\Omega}{a}\cos\phi_0$$

a は地球の半径 6400km $(y = a\phi)$
β は赤道で最大．$2.29\times10^{-11}\text{s}^{-1}\text{m}^{-1}$

南北の移動距離を L とすれば，
f_0 と βL を比較する

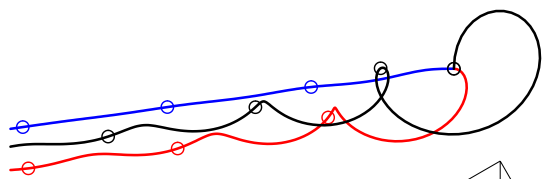


数字は緯度・経度 (の目安)
1 周期分 (○印は 1 日おき)

抵抗が働く斜面での運動

物体に速度に比例する抵抗 rmv が働く場合を考える．
r: 抵抗の係数 (r^{-1} は，止まるまでの時間の目安．半減期 $\log 2/r$)

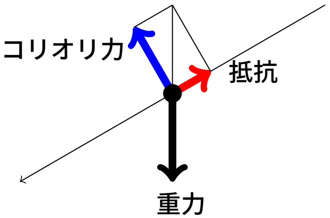
初期に与えた速度は，抵抗によって減衰する → 慣性振動が消える
十分に長い時間 $(rt \gg 1)$ がたつと，初期条件によらず，等速直線運動になる



等速直線運動の速さ

$$u = -\frac{fgs}{f^2 + r^2}, \quad v = -\frac{rgs}{f^2 + r^2}$$

※ 横移動 $(r = 0)$ と終端速度の落下 $(f = 0)$

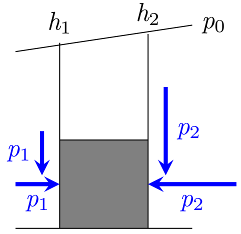


圧力傾度力

等圧面 (海面など) が水平面から傾いている
→ その下には，静水圧により圧力の水平勾配ができる．

流体粒子 (直方体，Δx, Δy, Δz) を考える．

- 左と右の位置で，等圧面までの高さ: h_1, h_2
  → 静水圧 $p_1 = p_0 + \rho g h_1$, $p_2 = p_0 + \rho g h_2$.
  - 密度 ρ が高さで異なるならば，積分
- 流体粒子は，左から p_1，右から p_2 で押される．
  $p_1 < p_2$ ならば，全体として，左向きの力
  ※ 上と下の圧力の差が「浮力」
- 力は，圧力 × 面積: $F_G = (p_2 - p_1)\Delta y \Delta z$,　質量 $m = \rho \Delta x \Delta y \Delta z$ を使って，
  圧力傾度力 $F_G = \dfrac{m}{\rho}\dfrac{p_2 - p_1}{\Delta x} = mg\dfrac{h_2 - h_1}{L}$ ← 傾いた斜面上の重力



横から見た図

> 地衡流・地衡風…コリオリ力と圧力傾度力が釣り合い，等圧線に沿う運動

$fmV = F_G \rightarrow V = \dfrac{p_2 - p_1}{\rho f \Delta x} = \dfrac{1}{\rho f}\dfrac{\Delta p}{L}$　(L は 2 点間の距離)

※ 流向・風向は，コリオリ力の向きから考える

地衡風

コリオリ係数 $f = 9.4 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$ (40 度)
空気の密度 $\rho = 1.2\mathrm{kg\ m}^{-3}$
→ 北風 $V = \dfrac{\Delta p}{\rho f L} = 8.9\ \mathrm{m\ s}^{-1}$
北緯 35 度では，$\dfrac{1\mathrm{hPa}}{\rho f \times 1000\mathrm{km}}$=約 $1\mathrm{m\ s}^{-1}$

07121012.png

気圧の高い方を右に見て，(北半球)
等圧線に沿って風が吹く

- 低気圧は，反時計回り (台風)
  強い低気圧 → 等圧線が込む
- 高気圧は，時計回り
  強い高気圧は存在しない
- 冬型の気圧配置: 西高東低
  →西側が高気圧なので，地衡風は北風 (南向きの風) → 寒い

地面の抵抗 (摩擦) を考えると，低気圧側に傾く
(地面から離れるほど，影響は小さくなる)

地上天気図

等圧線 4hPa 間隔
(太線: 20hPa 間隔)

$\begin{cases} \text{間隔が狭い → 勾配が大} \\ \text{間隔が広い → 勾配が小} \end{cases}$

緯度 1 度は 111km

気圧の勾配を計算
北緯 40 度，東経 140〜150 度

- 距離 L: 約 1000km
- 等圧線 2.5 本
  気圧差 Δp: 10hPa
- 勾配 $\dfrac{\Delta p}{L} = 10^{-3}\mathrm{Pa\ m}^{-1}$
  (L の間での平均)

07121012.png

気象庁発表の実況天気図

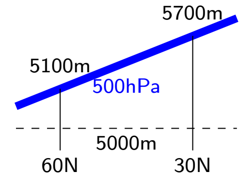
高層天気図

高層天気図は，等圧面の高さと，等圧面上の気温などを描いたもの

jma500.png

気象庁
500hPa (約 5000m 上空)
※ ほぼ地衡風

等圧面と高度の関係
(断面の模式図)



等圧面の高度が高い → 水平面で気圧が高い (上にたくさん載っている)

$\begin{cases} \text{低緯度が高緯度より水平面上の気圧は高い} \\ \text{等高線 (等圧線) は，ほぼ緯度線に沿う} \end{cases}$ → 西風 (東向きの風)

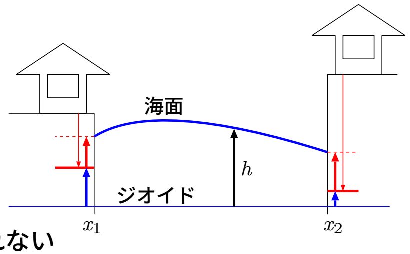
海流と海面高度

海面は等圧面 → 海面の高さを測れば，地衡流がわかる

検潮所 (験潮所)

- 検潮所ごとの基準面 (赤線) からの海面の高さを計測
- 基準面の高さは不詳．

ジオイドは水平面の基準 (静止海面)
海面がジオイドと一致すると，地衡流は流れない



- 検潮所の間の平均流速 $V = \dfrac{\Delta p}{\rho f L} = \dfrac{g\Delta h}{fL}$　(← 静水圧 $\Delta p = \rho g \Delta h$)

  f: 検潮所の中間の緯度のコリオリ係数; Δh: 潮位差，L: 距離 $(x_2 - x_1)$
- h の値そのものは不詳 → 流速はわからない
  h の時間変動はわかる (基準面は変化しない) → 流速の時間変動がわかる

人工衛星による海面高度

マイクロ波で衛星と海面の距離を求め，衛星の高さは GPS で求める．

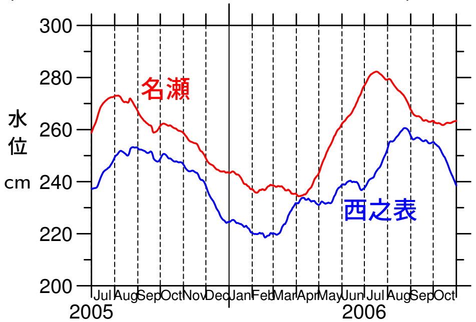
j1nrtssha_hmss_2004346.png

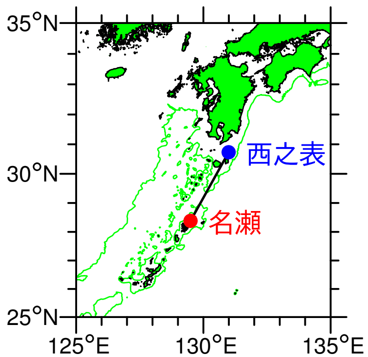
ジオイドが正確に分からないので，時間平均を除いた分布 (一時的な渦を表す)
※ 海流は含まれない

地衡流は，北半球では，$\begin{cases}\text{海面の高い (赤い) 部分を時計回りに流れる．}\\ \text{海面の低い (青い) 部分を反時計回りに流れる．}\end{cases}$

黒潮と潮位

名瀬 (奄美大島) と西之表 (種子島) の潮位
(30 日の移動平均→ 潮汐などを除く)





※ それぞれの基準面から高さ (名瀬の基準面の方が 1m ぐらい高い)
黒潮を挟んで (距離は約 300km) で 40cm 以上の潮位差の変動がある．

海峡間の平均流速の変動 $v = \dfrac{g\Delta h}{fL} = \dfrac{9.8 \times 0.4}{(7.3 \times 10^{-5}) \times (300 \times 10^3)} = 0.18\ \mathrm{m\ s^{-1}}$

- 名瀬の方が，より高い時期 → 海峡間の流れが速い時期

CTD による海面高度

wyrtki.png

Wyrtki (1975)

ジオイドからの海面のずれ
等値線は 10cm 間隔

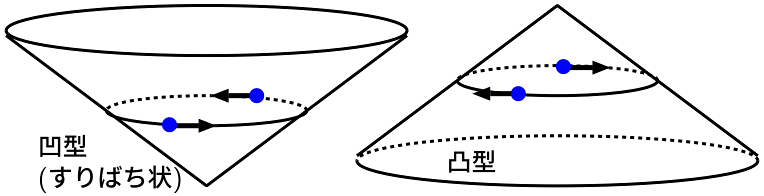
1000m の深さに流れがない (水平面=等圧面) とし，水温・塩分の観測から密度を求めて，海面水位を推定

海面が高い → 軽い水

地衡流は…
$\begin{cases}\text{線に沿って流れる}\\ \text{北半球は高い側が右}\\ \text{線が込んでいると速い}\end{cases}$

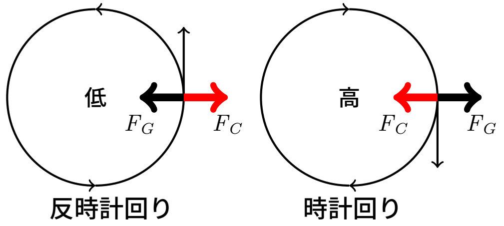
日本の $\begin{cases}\text{南が黒潮}\\ \text{東が黒潮続流}\end{cases}$
約 1m の高度差がある

低気圧・高気圧



コリオリ力 F_C と重力 F_G がバランスすれば, 斜面から落ちずに, 回り続ける

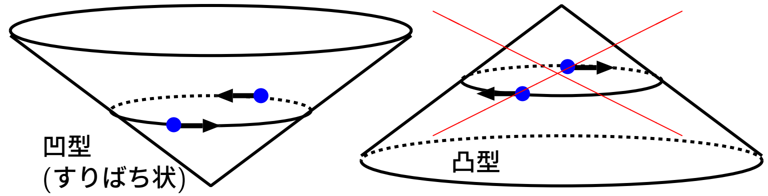
重力を気圧傾度力とみれば,
「低気圧」「高気圧」に相当.



速度 V とすると,

コリオリ力 $F_C = fmV = F_G \rightarrow V = \dfrac{F_G}{fm}$

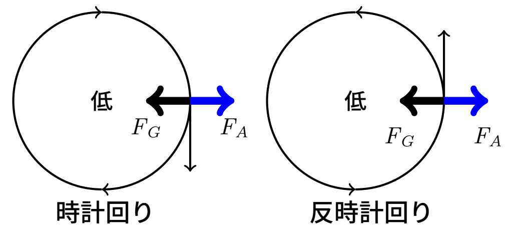
コリオリ力がない場合



遠心力 F_A と重力 F_G がバランスすれば, 斜面から落ちずに, 回り続ける

すりばち状のみ (ルーレット)
回転の向きはどちらでもよい

このような風を「旋衡風」
普通にいう「渦」



速度 V, 半径 R とすると,

遠心力 $F_A = \dfrac{mV^2}{R} = F_G \rightarrow V = \sqrt{\dfrac{F_G R}{m}}$

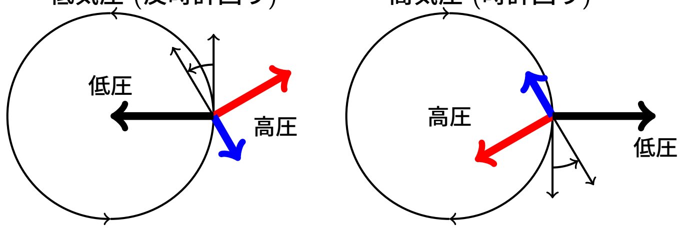
実際には, コリオリ力・遠心力・重力の 3 つのバランス

抵抗が働く場合の低気圧・高気圧

コリオリ力＋圧力傾度力＋抵抗　(※風は陸面・海面から抵抗を受ける)

風向に対して, 抵抗は逆向き, コリオリは右向き→ 合力は右後方
(物体は低圧部に動く → コリオリが右向き, 抵抗が逆向きにかかる)

低気圧 (反時計回り)　　高気圧 (時計回り)



※ 回りながら, 低気圧には吹き込み, 高気圧からは吹き出る

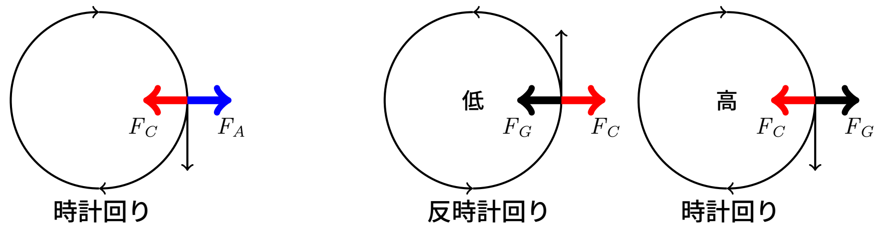
考え方: $\left\{ \begin{array}{l} \text{地衡風と低圧部への運動の和} \\ \text{低圧部への運動がコリオリ力で右に曲がった} \end{array} \right.$

物体が斜面を転がれば, 山は低くなり, 谷は埋まる → 斜面が解消 → 運動なし
同様に, 空気の移動で気圧差が解消され, 低気圧・高気圧は消える.

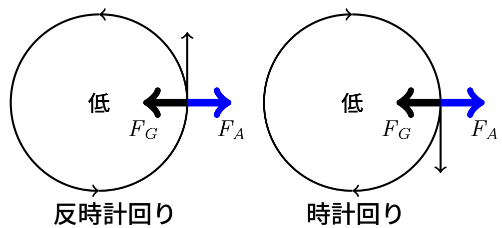
力のバランス

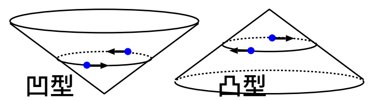
永遠に回れるバランス (以下, 北半球＝コリオリ力は進行方向の右向き)

- 慣性振動: 遠心力＝コリオリ力
- 地衡風: コリオリ力＝圧力傾度力



- 旋衡風: 遠心力＝圧力傾度力



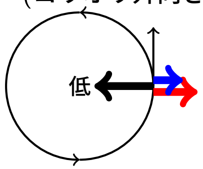


傾度風

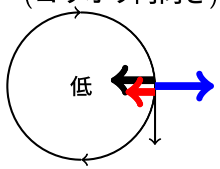
遠心力 F_A ＋コリオリ力 F_G ＋圧力傾度力 F_G
コリオリ力と圧力傾度力がそれぞれ内向きか，外向きかで組合わせは 4 通り
合力のどちらが大きいかで，さらに 2 通り　　※ 速度や半径は図で異なる

(遠心力は常に外向き)　　反時計回り (コリオリ外向き)　　時計回り (コリオリ内向き)

低気圧 (圧力内向き)



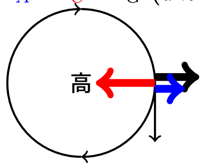
$F_G{\approx}F_C{>}F_A$ (地衡風的)
$F_G{\approx}F_A{>}F_C$ (旋衡風的)



$F_A{\approx}F_G{>}F_C$ (旋衡風的)
$F_A{\approx}F_C{>}F_G$ (慣性振動的)

高気圧 (圧力外向き)

なし
すべての力が外向き



$F_C{\approx}F_G{>}F_A$ (地衡風的)
$F_C{\approx}F_A{>}F_G$ (慣性振動的)

- 反時計回りの高気圧は存在しない

傾度風の分類

圧力傾度力に対して，コリオリ力と遠心力のどちらが重要か.
(圧力傾度力が弱い＝慣性振動的なバランスを除く)

- 高気圧は必ず時計回りで，地衡風的
- 低気圧は時計回りならば，旋衡風的
  反時計回りならば，地衡風的なものと旋衡風的なものがある

力を比べてもよいが，周期を比べる (慣性周期は緯度のみで決まる).

遠心力 $F_A = \dfrac{mV^2}{R}$　　コリオリ力 $F_C = fmV$

回転の周期 $T_A = \dfrac{2\pi R}{V}$　　慣性周期 $T_C = \dfrac{2\pi}{f}$

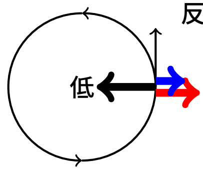
$$\begin{cases} F_A > F_C \quad (T_A < T_C) \cdots \text{旋衡風的 (1 周が慣性周期より速い)} \\ F_A < F_C \quad (T_A > T_C) \cdots \text{地衡風的 (1 周が慣性周期より遅い)} \end{cases}$$

台風

強風域: 風速 15m s^{-1} (54km/時) 以上 (黄線)
暴風域: 風速 25m s^{-1} (90km/時) 以上 (赤線)

大型の台風…強風域の半径が 500km 以上

反時計回り，低気圧



$F_A = \dfrac{V^2}{R}$, $T_A = \dfrac{2\pi R}{V}$
$F_C = fV$, $T_C = \dfrac{2\pi}{f}$
(m=1kg とする)

風速 V	15m s^{-1}	25m s^{-1}
半径 R	500km	200km?
遠心力 F_A	0.45×10^{-3}	3.12×10^{-3}N
コリオリ力 F_C	1.22×10^{-3}	2.04×10^{-3}N
回転周期 T_A	58 時間	14 時間
慣性周期 T_C	21 時間	21 時間
	地衡風的	旋衡風的

2007 年台風 4 号 (7 月 13 日)

fe_07071412.jpg

typhoon.png