

流体地球科学 第4回

東京大学 大気海洋研究所 准教授
藤尾伸三

<http://ovd.aori.u-tokyo.ac.jp/fujio/2017chiba/>
fujio@aori.u-tokyo.ac.jp

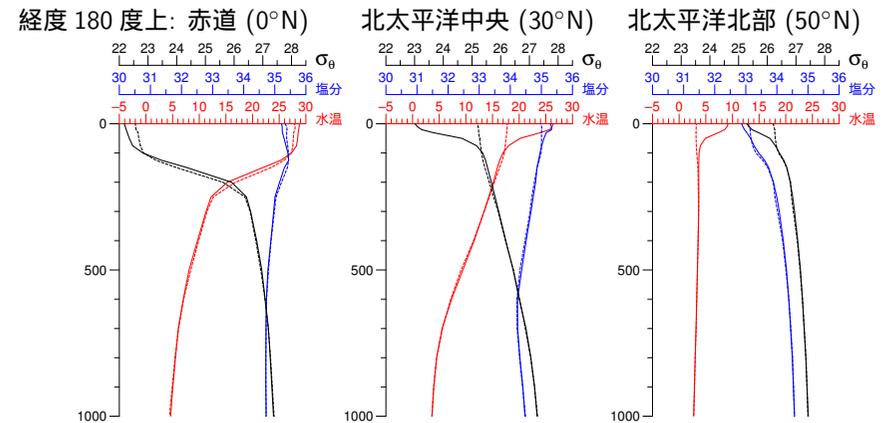
2017/10/27

最終更新日 2017/10/28

前回のポイント

- 海面水温 熱フラックス (太陽放射と潜熱の分布が重要)
 - 太平洋赤道域: 東側で加熱 (水温は西側が最大)
 - 海流で西に運ばれる間, 加熱され続ける 北上し, 日本の東で冷却 (潜熱)
 - 南極周辺海域は加熱
- 南北熱輸送 (低緯度から高緯度へ) 海洋, 大気 (水蒸気)
 - 南大西洋は例外的に高緯度から低緯度へ
- 海面水温の季節変化
 - 海洋は年較差が小さい 海の東側 (偏西風の風下) は穏やかな気候
 - 季節水温躍層 (加熱期: 海面のみ昇温し, 下層は前年の冬の混合層)
 - 混合層 (冷却期, 対流で深く混ざる)
 - 海水の質量・比熱と変化した水温の積 海洋が放出, 吸収する熱
- 地球上の水の97%弱は海水, 約2%は雪氷
 - 氷がとけると, 海の体積は2%増 海面上昇2% (平均水深4000m 80m)
 - 逆に, 氷期は海面が下がっていた
- 海面塩分 水フラックス (水循環): 蒸発 (= 潜熱), 降水, 河川流入
 - 赤道と高緯度は降水 > 蒸発 低塩分, 中緯度は蒸発 > 降水 高塩分
 - 大西洋は塩分が高い
 - 濃度計算 (氷がとけて体積2%増 平均塩分35から2%減少し, $34.3g\ kg^{-1}$)

緯度による鉛直分布の違い



縦軸は深度 (m). 実線: 8月, 破線: 2月. World Ocean Atlas 2009

基本的には密度は水温でほぼ決まる. ただし, 高緯度では塩分が重要になる

- ┌ 緯度が高くなるほど海面水温は低い
- ┌ 海面と深層の水温差は小さい (下限は結氷温度)
- ┌ 水温が低いと, 密度への寄与は小さい

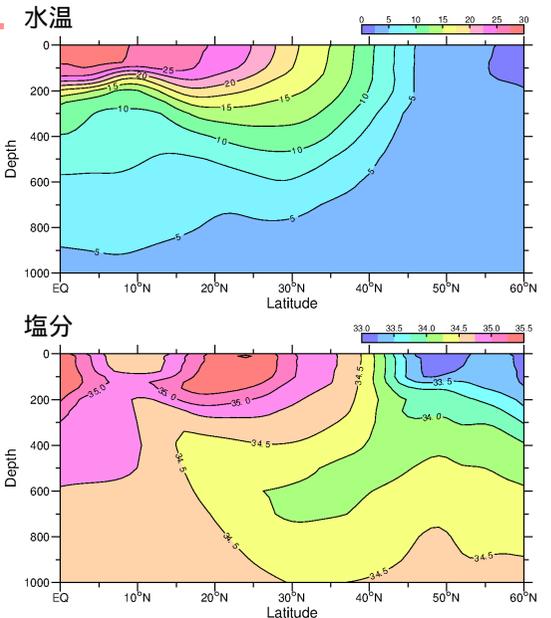
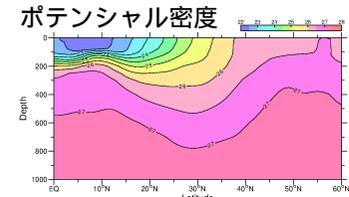
水温・塩分の南北断面図

北太平洋 (180°E), 2月気候値

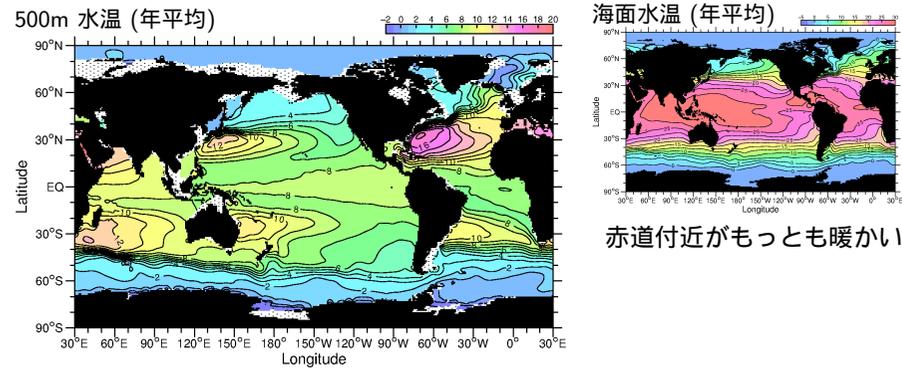
- 水温
- ┌ 海面付近...赤道が最も高い
 - ┌ 混合層は北ほど厚い
 - ┌ 深さ500m付近 (永久躍層)
 - ┌ ...中緯度が最も高い

亜表層の塩分の低い部分
高緯度の海面の水が移動

水は, 同じ深度ではなく, 同じ密度の深さを流れる



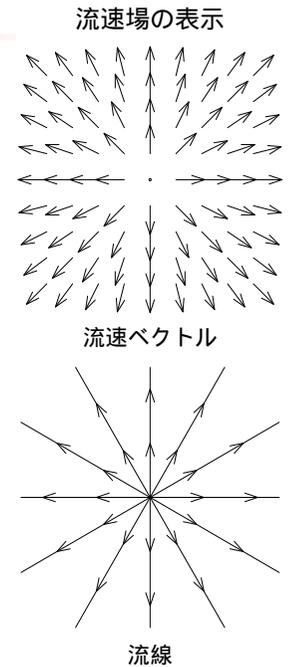
水温の水平分布



- 緯度 30 度付近, 海の西側がもっとも暖かい (黒潮や湾流が流れている場所). 北太平洋よりも北大西洋の方が暖かい (塩分が高いので, 密度は高い)
- 500m は, 中緯度における主水温躍層の深さ (混合層・季節躍層の下なので, 海面熱フラックスの影響を受けない) 流れている水は**ほぼ**同じ温度を保つ (熱拡散等で徐々に変化) **ほぼ**等温線に沿って水は流れている

流体力学

- 流体には空間的の広がりがある...「場」 (速度場, 密度場, ...)
- 流体を微小な部分 (流体粒子, 流体要素) に分ければ, それぞれは質点として扱うことができる
- 流体粒子同士は力 (圧力や摩擦) をおよぼし合う
- 定常...場が時間変化しないこと 静止ではない.
- 流線...ある瞬間の流速ベクトルをつないだもの 流体は流線に沿って流れる 定常な場では流体粒子の軌跡 (流跡線) と一致する



流体運動の基礎方程式

- ナビエ・ストークスの式 (運動方程式) 速度「場」を求める式 (運動量の保存)
- 連続の式 密度「場」を求める式 (質量の保存)

海洋や大気の運動の理解

質点の力学

ニュートンの運動の法則 (第 2 法則) ... $ma = F$

F は物体に加わる力, m は物体の質量, a は加速度.

- 力が働かないと等速直線運動する (慣性の法則, 第 1 法則) 加速する物体には力がかかっている
- 自分が加速しているのに本人が気づいていないと, 「みかけの力」が働く
 - 慣性力 (加速していると, 反対向きに力がかかる)
 - 遠心力 (回転していると, 外向きに力がかかる) 回転する物体には向心力が働いている. 遠心力は, この逆
 - コリオリの力 (転向力)

流体力学

コリオリ力

保存の考え方

ある瞬間の流体を分割する

- 「枠」で分ける (枠は移動せず, 大きさは変わらない) ... オイラー的 枠に入ってくる質量と出て行く質量の差が枠内の密度の変化を作る 体積は同じで, 質量が変化する 密度の変化
- 「風船」で分ける (流体は風船から出ない) ... ラグランジュ的 質量は同じで, 体積が変化する 密度の変化

「流体粒子」の考え方

- 空気は目に見えない風船に入っている.
- 大気は風船ですきまなく埋め尽くされている.

ある風船が { 膨らむ } と, 周囲の風船は { 押し縮められる } 動く

圧力

非圧縮流体 (非圧縮近似)

- 流体が圧縮されない 流体粒子の体積や密度が変化しない 例えば, 上から押されれば, 横に広がる

コリオリの力

大気や海洋の運動を考える場合、きわめて重要
一方、日常生活で実感することはない。

文章で書くと

コリオリの力 (転向力) は、北半球では
物体の進行方向に対して右向き (南半
球では左向き) にかかり、大きさは速
度に比例する。

数式で書くと

緯度 ϕ 、地球自転の角速度 Ω 、物体の
速度 v 、物体の質量 m とすると、

$$F = 2\Omega \sin \phi \times mv = fmv$$

$$(f = 2\Omega \sin \phi: \text{コリオリ係数})$$

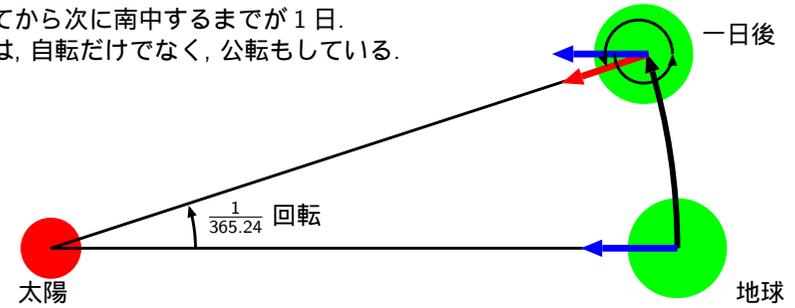
2 がつくことに注意

coriolis.png

浜野洋三「地球のしくみ」より

地球自転の角速度

南中してから次に南中するまでが1日。
実際には、自転だけでなく、公転もしている。



- 1日に「1回転+1/365.24回転」(1.002738回転)
1回転は 24時間/1.002738=23時間56分4秒(1恒星日) 1太陽日=24時間
角速度 $\Omega = \frac{2\pi}{23\text{時間}56\text{分}} = \frac{2\pi}{24\text{時間}} + \frac{2\pi}{365.24\text{日}} = 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
もし周期を24時間にすると、 $\Omega = 7.272 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 。

月には常に地球に同じ面を向けている 自転周期と公転周期が同じ
常に同じ方向を向いている (観覧車に乗っている人) 自転していない

角速度

- 角速度の単位はラジアン (radian)

$$\text{一周} = 360 \text{ 度} = 2\pi \text{ [rad]}$$

半径 r 、中心角 θ ならば、弧の長さ... $l = r\theta$

- 角速度 ω ... 単位時間に回る角度

単位 (s^{-1} または rad s^{-1}).

符号は、反時計周り (左回り) をプラス。

物体の速度 (単位時間に動く長さ)... $v = r\omega$ ($\omega = \frac{v}{r}$)

角速度が同じなら、中心から遠ざかるほど、速い

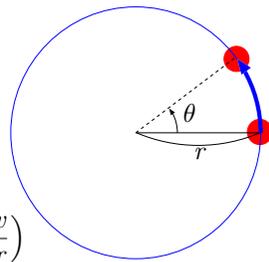
- 周期 T ... 一周にかかる時間 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ($\omega = \frac{2\pi}{T}$)

- 波の場合によく使われる用語

振動数 (周波数, 単位 Hz) ... 単位時間に回る回数 $\frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

角振動数 (角周波数) ... 角速度と同じ

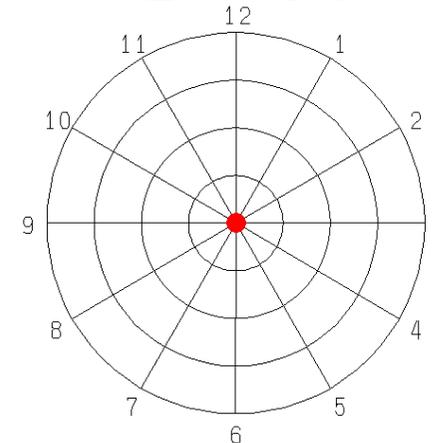
- 等速円運動する物体にはたらく遠心力 ... $mr\omega^2 = \frac{mv^2}{r}$



回転盤上のボールの動き

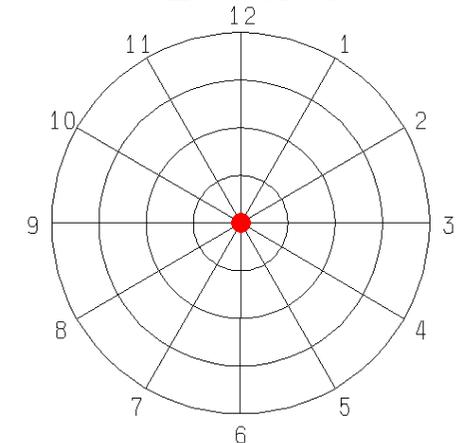
反時計回りに回転する板の上でボールを転がす

回転盤の外から見た場合



ボールは直進する

回転盤の上で見た場合

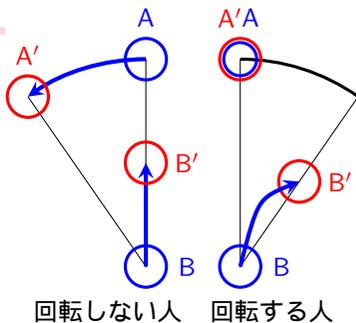


ボールは右に曲がる

コリオリ力

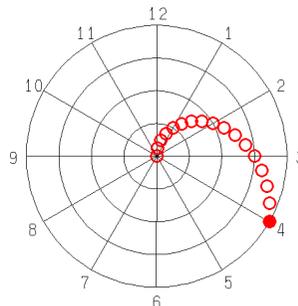
回転盤の中心から外周上の物体 A に向かってボール B を投げる。ある時間経つと、それぞれ A', B' に移動

- 投げた人が回転しないならば、目標物 A は左に動き、直進するボール B は、当たらない。
- 投げた人が円盤と一緒に回転するならば、目標物は移動しないように見える (実際は動いている) ので、ボールが右にそれて見える。



ボールは曲がりながら (コリオリ力), 加速 (遠心力)

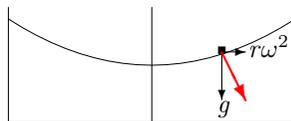
見かけの力 $\left\{ \begin{array}{l} \text{コリオリ力 } 2\omega v \quad \text{速さのみに依存} \\ \text{遠心力 } r\omega^2 \quad \text{位置のみに依存} \end{array} \right.$
 もし $v = r\omega$ (回転する速さ) ならば、
 コリオリ力 = $2 \times$ 遠心力??



なぜコリオリ力が働くのか

- 自転せずに回っている場合、コリオリ力は働かない
- 自転さえすれば、コリオリ力ができる ハンマー投げ
 - 自分が反時計回りに $\omega (> 0)$ で回転する。
 - 自分の周りを自分と同じ角速度で回るハンマーは静止して見える。遠心力 ($mr\omega^2$) が働いて自分から離れようとする。
 - ハンマー以外の物体は、自分の周囲を時計回りに回って見える。円軌道になるには向心力 $mr\omega^2$ が必要。物体には、遠心力 $mr\omega^2$ が働いているので、内向きにコリオリ力 $2mr\omega^2$ が必要。

円筒型の水槽を長時間、回転させると、水は水槽に対して静止する。水面は放物線になり、水面上ではコリオリ力しか働かない



コリオリ力は、見ている人の自転角速度と、その人が見る物体の速度を使う
 盤上の静止した人は、どこにいても同じ自転角速度 (同じ自転周期)

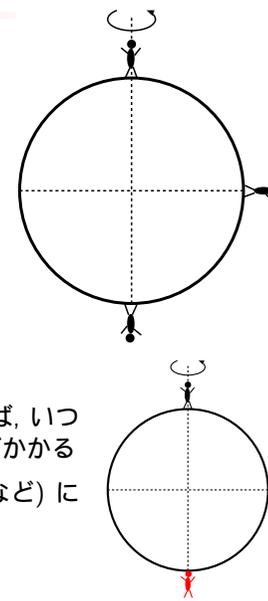
地球は回っているか?

「自分」が回っているかどうか重要

- 北極に立っている人
反時計回りに、1日1回転
- 南極に立っている人
時計回りに、1日1回転
- 赤道に立っている人
回転していない (横に移動しているだけ)

緯度 ϕ における角速度 $\dots \Omega \sin \phi$

赤道で北枕で寝そべったり、南極で逆立ちしたりすれば、いつも角速度は Ω 自分と垂直な運動には、コリオリ力がかかる
 赤道の場合、赤道面上の運動 (ロケットを打ち上げるなど) にコリオリ力がかかる



重力

地上の物体 (質量 m) にかかる力

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{地球の引力 } F_G = G \frac{mM}{R^2} \\ \text{遠心力 } F_C = mr\Omega^2 \quad (r = R \cos \phi) \end{array} \right.$$

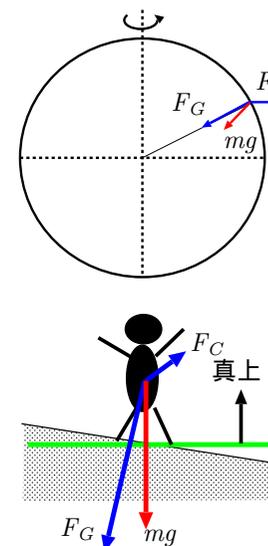
- 地球の中心からの距離 R と緯度 ϕ で決まる
- 遠心力は引力よりはるかに小さい (0.3%以下)

引力と遠心力の和を「重力」と呼ぶ

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{大きさ} \dots mg \\ \text{向き} \dots \text{下向き (鉛直の定義)} \end{array} \right.$$

重力加速度 g は場所の関数 (約 9.8 m s^{-2}).

- 赤道の方が極よりも 0.5%ほど、小さい。
 - 海洋や大気を扱う場合、高さの違いは無視できる
- 重力に加えて、さらに遠心力を含めてはいけない



慣性振動

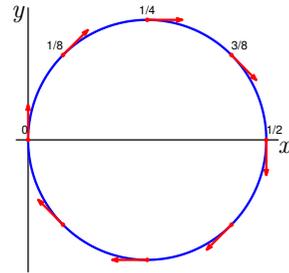
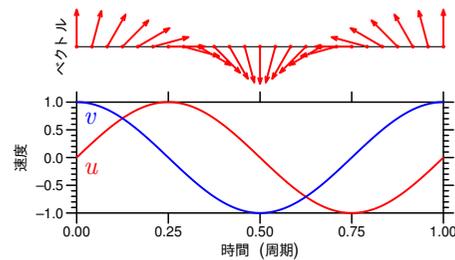
慣性の法則...物体は力が加わっていないと、等速直線運動する
 回転系での「慣性運動」は? ... 等速円運動

物体の速度を V , 円の半径 R とすれば,
 コリオリ力 (fV) と遠心力 ($R\omega^2 = V^2/R$) が釣り合う

$$R = \frac{V}{f}, \quad \text{角速度 } \omega = \frac{V}{R} = f, \quad \text{周期 } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{f} = \frac{2\pi R}{V}$$

$$\text{系の角速度 } \Omega = \frac{f}{2}, \quad \text{周期 } \frac{2\pi}{\Omega} = 2T$$

速度成分が単振動するので、慣性振動



慣性振動の特徴

- 回転の向きは

{	北半球は、時計回り	{	右向き に働く
	南半球は、反時計回り		左向き

 (赤道上では、直進)

- 慣性周期...一周に要する時間 (周期)

$$T = \frac{2\pi}{f} = \frac{2\pi}{2\Omega \sin \phi} = \frac{T_E}{2 \sin \phi} \quad \left[T_E = \frac{2\pi}{\Omega} \text{ は地球の自転周期 (約 1 日)} \right]$$

緯度が低いほど、周期は長い (速度に依らない)

- 赤道...慣性振動しない (周期無限大)
- 北極...自転周期の半分 (半日)
- 北緯 30 度... $\sin \phi = 1/2$ だから、自転周期 (1 日)

- 回転の半径 $R = \frac{V}{f}$.

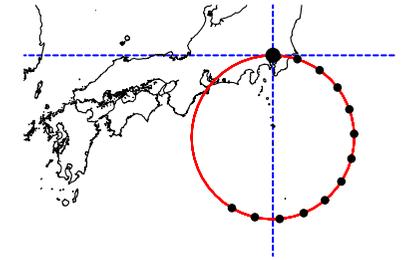
初速が大きいと、半径は大きい。

緯度が低いと、半径は大きい (赤道 $f = 0$ では半径無限大 直線運動)

ピッチャーが投げたボールは、コリオリ力で曲がるか?

東京 (緯度 35.6° , $f = 8.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) で
 時速 100km の速さでボールを投げる
 慣性円の半径 $R = V/f = 327 \text{ km}$

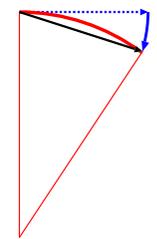
- 地面にボールが落ちないとすれば、右図
 黒丸は 1 時間ごとの位置 (12 時間後まで)
- 北緯 30° よりも北なので、
 慣性周期は 1 日より短い (20.5 時間).



ピッチャーマウンドとホームベースの間は 18.44m
 右図の青い点線 = 黒い弦 \approx 赤い弧 (慣性円での軌道) = 18.44m
 赤い弧の中心角 ... $18.44 \text{ m} \div 327 \text{ km} = 5.6 \times 10^{-5} \text{ rad}$
 青い弧の中心角 ... その半分 $2.8 \times 10^{-5} \text{ rad}$ (1.6×10^{-3} 度)
 曲がった距離 (青い弧) ... $18.44 \text{ m} \times 2.8 \times 10^{-5} = 0.51 \text{ mm}$

結論: 曲がらない ... 別の要因で、これ以上に右や左に曲がる
 (同様に、洗面所の渦巻きもコリオリ力は関係ない)

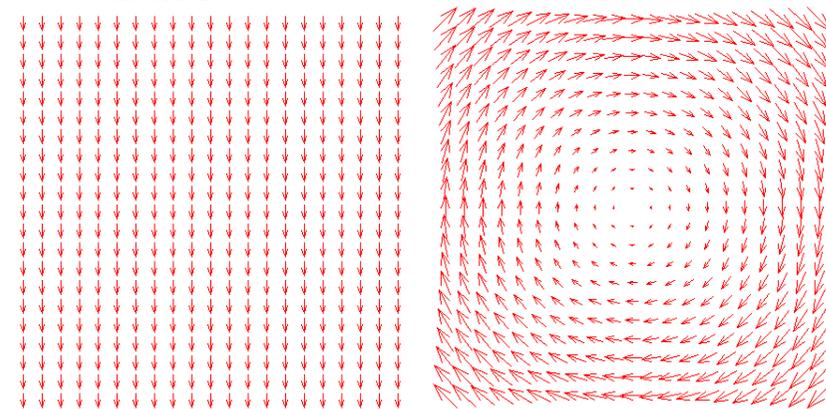
コリオリ力が重要かどうか (何度、回転するか)
 運動の継続時間と慣性周期を比べる



流体の慣性振動

流速ベクトルの水平分布
 空間変化がない解

時間変化がない解



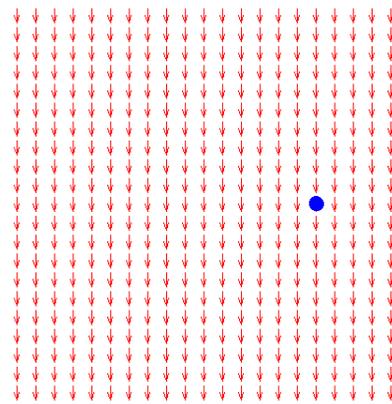
最初に、速度分布を与えて、その後は力がかからない状態

- 質点の運動は初期状態だけで決まる
- 流体の運動は境界条件 (流体の周囲の壁での条件) も必要

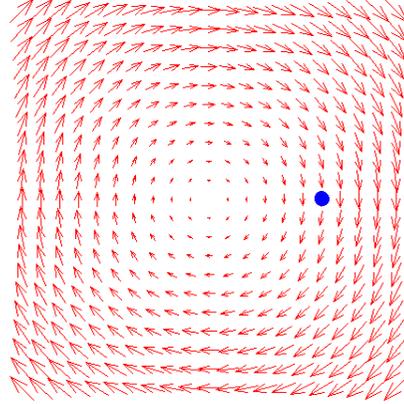
流体粒子の慣性振動

流体粒子の軌跡

空間変化がない解



時間変化がない解



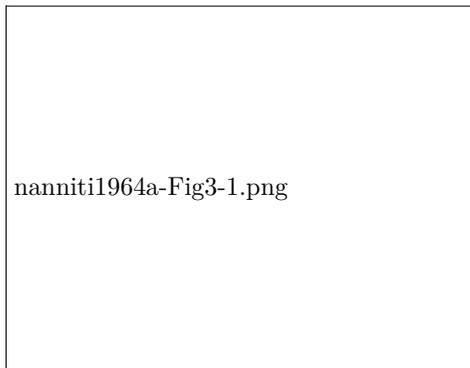
定常 流速ベクトルと流体粒子の軌跡は一致

どちらも慣性周期で円を描く (半径は初期値による)

慣性振動の観測例

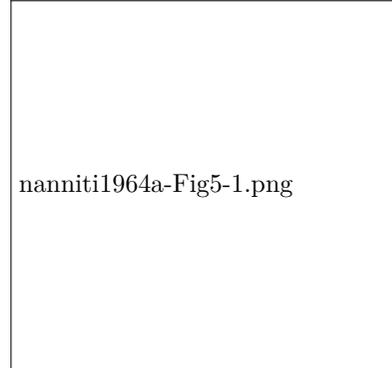
慣性振動を観測するには、長時間 (慣性周期程度)、物体に力が加わらず、初速が維持される (摩擦などない) ことが必要。

北緯 30 度 (慣性周期は 1 日)、深さ 1000m に放流した中立ブイの軌跡



3.5 日間の軌跡

Nan'niti et al. (1964)



平均を除いた軌跡

半径は約 1 海里 (1.85km)
時速 約 0.5m (徒歩は時速 4km)

緯度による違い

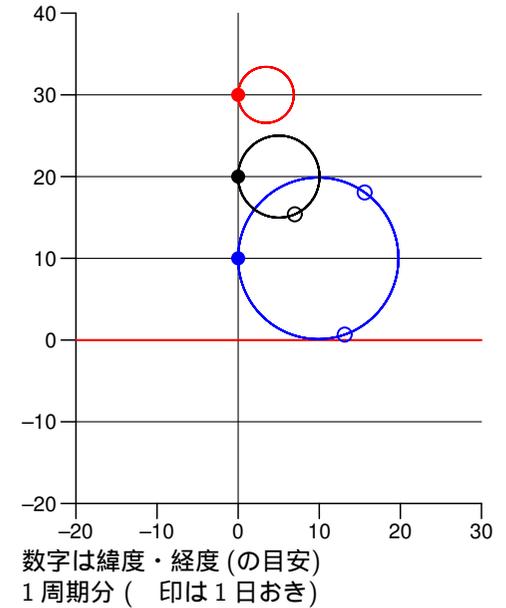
時速 100km で真北に投げた軌跡

低緯度ほど { 半径 V/f が大きい
周期 $2\pi/f$ が長い
速さは常に時速 100km

半径が大きいと、周上の f は異なる

{ 高緯度側で小回り
低緯度側で大回り
円にならない

半径が小さければ、緯度による f の違いは気にしなくてよい



ベータ効果

低緯度側 (西向きで) 大回りになり、一周期で物体は「西」にずれる
南半球でも西向き

コリオリ係数が緯度によって異なる (地球は球だから)...ベータ効果

(これはその一例)

$f = 2\Omega \sin \phi$ は、近似的に

$$f(y) = f_0 + \beta(y - y_0)$$

$$f_0 = 2\Omega \sin \phi_0$$

$$\beta = \frac{df}{dy} = \frac{df}{d\phi} \frac{d\phi}{dy} = \frac{2\Omega}{a} \cos \phi_0$$

a は地球の半径 6400km ($y = a\phi$)

β は赤道で最大. $2.29 \times 10^{-11} \text{s}^{-1} \text{m}^{-1}$

南北の移動距離を L とすれば、

f_0 と βL を比較する

