

流体地球科学 第9回

東京大学 大気海洋研究所 准教授
藤尾伸三
http://ovd.aori.u-tokyo.ac.jp/fujio/2015chiba/
fujio@aori.u-tokyo.ac.jp

2015/12/11

最終更新日 2015/12/9

前回のポイント

保存する = 流体粒子が持つ値が変化しないこと (ラグランジュ微分 = 0)

- 質量の保存 (連続の式), 運動量の保存 (ナビエ・ストークスの式)
非圧縮の近似 ... 体積の保存の仮定 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ 非発散
- ポテンシャル温度や塩分も保存する
- 流体粒子が力や熱を受ける (粘性や拡散を含む) と, 受けた量の差し引きで値が変化する

地衡流, 地衡風 ... 水平面上で等圧線に沿う (等圧面上の等高線に沿う)

- いずれも北半球では高い方を右に見て流れる (南半球では左)
- 線が込んでいる (勾配が大きい) ほど, 流速は大きい。

ジオイド ... 水平面 (ジオポテンシャル面) の基準, 「静止」海面

- 海面の高さ (水位) がわかっているとき, ジオイドを決めることは, 地衡流を決めることと同値
- 深いところの地衡流が 0 と仮定して, 密度場から海面の高さが計算できる

$$p(x, y, z_0) = \int_{z_0}^{\eta} \rho(x, y, z) g \, dz = \int_{z_0}^{\eta} \rho(x, y, z) g \, dz + \rho_0 g \eta(x, y) = \text{定数}$$

(CTD で測るのは水圧に対する水温・塩分なので, やや計算方法が異なる)

北大西洋の中緯度の表層における収支

質量保存 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$
 $(q_2 - q_1) + (0 - q_3) = 0$

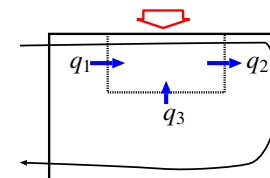
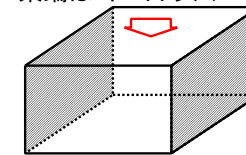
南から入ってくる流量 q_1 , 北に出て行く流量 q_2 , 下から上がってくる流量 q_3 .

- 流量 = 断面積 × 流速
大西洋の東西幅 $\Delta x = 5000\text{km}$, 深さ $\Delta z = 500\text{m}$, 断面の平均流速 $v = 1 \text{ cm s}^{-1}$ とすれば, 流量 $q = v \Delta x \Delta z = 25 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ (実際は 10×10^6 ぐらい)

正確には, $q = \iint v \, dx \, dz$

- 海面における降水・蒸発, 河川からの流入は, 海流による輸送に比べて小さいの省略 (左辺の 0)
塩分の変化には重要
- 北大西洋であれば,
 $q_3 > 0, q_2 > q_1 > 0$

西端はアメリカ大陸
東端はヨーロッパ



Broecker (1987)

北大西洋の中緯度の表層における収支

熱の保存 $\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \text{受け取る熱}$

$$\rho C_p V \frac{\Delta T}{\Delta t} = -\rho C_p (T_2 q_2 - T_1 q_1) + Q$$

- 体積 $V = \Delta x \Delta y \Delta z$, 経過時間 Δt , 上昇する温度 ΔT (定常ならば $\Delta T = 0$)
- 移流される熱 (熱 = 質量 × 比熱 × 温度)
比熱 $C_p = 4000 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, 密度 $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$,
流量 $q = 25 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, 水温 $T = 10^\circ \text{C}$ とすれば, $\rho C_p T q = 10^{15} \text{ J s}^{-1} = 10^{15} \text{ W}$
- 鉛直方向に移流される熱 ($\rho C_p T_3 q_3$) は, 下向きに拡散で伝わる熱と打ち消し合うとして, 省略
- 熱フラックス (入るときを正) $h = -100 \text{ W m}^{-2}$ の場合, 南北幅 $\Delta y = 2000\text{km}$ とすれば, 熱量 $Q = h \Delta x \Delta y = -10^{14} \text{ W}$

向き (符号) に注意する

塩分の保存 (正確には, 淡水の保存. Q を工夫する)

炭素, 放射性物質などは, 海洋内部での生成・消滅などを考慮

粘性

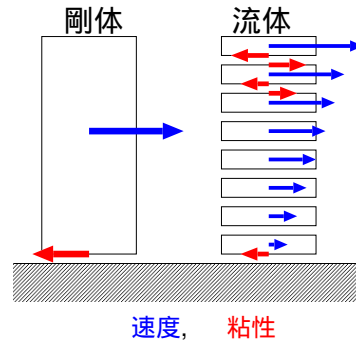
接する流体の間に抵抗が働き, その大きさは速度差に比例 ... 粘性係数
流体と壁の間にも抵抗 (摩擦) は働く

- 粘性や摩擦の大きさは, 物質の性質で異なる
 { ネバネバ ... 粘性が大 流体は一緒に動こうとする
 { サラサラ ... 粘性が小
- ある流体粒子の速度を U , 上側・下側の流体粒子の速度を U_U, U_L

$$\text{粘性} \dots \begin{cases} \text{上面 } F_U = r(U_U - U) \\ \text{下面 } F_L = r(U_L - U) \end{cases} \quad F \propto \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\text{粘性の差} \dots \Delta F = F_U - F_L \propto \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

- 剛体の場合
内部の粘性係数が無限大 同じ速度で動く
床に接する部分に, 摩擦が働く



コリオリ力がある場合

水平方向の変化は考えない (摩擦のある斜面上のボール)

$$-fv = G_x + K_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad fu = G_y + K_V \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

$$u = \frac{G_y}{f} + \frac{K_V}{f} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(-\frac{G_x}{f} - \frac{K_V}{f} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = u_g - \frac{K_V^2}{f^2} \frac{\partial^4 u}{\partial z^4}$$

$$u_g = \frac{G_y}{f}, v_g = -\frac{G_x}{f} \text{ は, 圧力勾配とバランスする地衡流 (定数) を表す } (f \neq 0).$$

地衡流からのずれを $u_e = u - u_g$ と書けば, $u = u_g + u_e$

$$4r^4 u_e + \frac{\partial^4 u_e}{\partial z^4} = 0 \quad \left(r^4 = \frac{f^2}{4K_V^2} \text{ とおく.} \right)$$

$$u_e \text{ の一般解と, それから得られる } v_e = v - v_g = -\frac{K_V}{f} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} \text{ は}$$

$$u_e = A_1 e^{rz} \cos(rz + \theta_1) + A_2 e^{-rz} \cos(rz + \theta_2)$$

$$v_e = \pm A_1 e^{rz} \sin(rz + \theta_1) \mp A_2 e^{-rz} \sin(rz + \theta_2)$$

(複号は $f > 0$ ならば上側, $f < 0$ ならば下側をとる. 以後, $f > 0$)

4 つの積分定数は, u と v の海面と海底での境界条件から決める.

粘性のある流れ

鉛直 1 次元 (水平一様) ・ 定常 ・ 移流項なし

最初に圧力勾配と粘性だけを考える (コリオリなし)

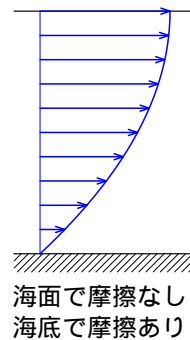
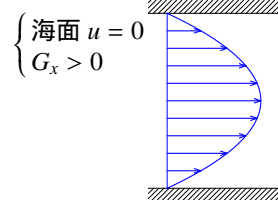
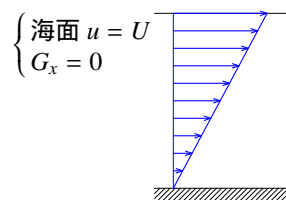
$$0 = G_x + K_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \left(\text{ただし, } G_x = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \text{定数} \right)$$

一般解は u の二次式で, 放物線状の流速分布を取る.

$$u = -\frac{G_x}{2K_V} z^2 + C_1 z + C_2$$

積分定数は, 境界条件で決まる (海であれば, 海面と海底)

- 摩擦がある... 流速が 0 ($u = 0$)
- 摩擦がない... 流速の鉛直勾配が 0 ($\partial u / \partial z = 0$)



海底の近く

海底 $z = 0$ から上に向かってずれが減衰する (流速が地衡流に近づく) 解は,

$$u_e = A_2 e^{-rz} \cos(-rz + \theta_2), \quad v_e = A_2 e^{-rz} \sin(-rz + \theta_2)$$

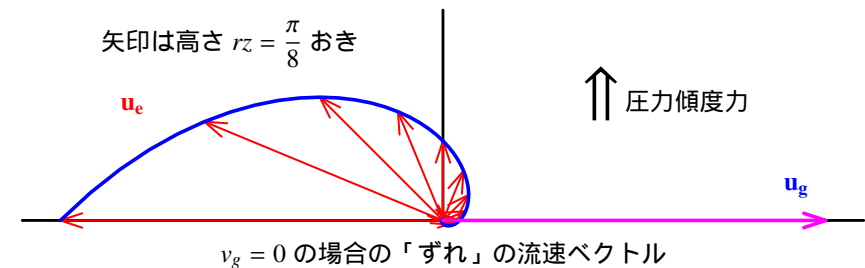
ずれの流速は, 時計回りに回転する ($r > 0$)

海底での境界条件は $u = v = 0$ なので, $u_e = -u_g, v_e = -v_g$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_g \\ v_g \end{pmatrix} + e^{-rz} \begin{pmatrix} \cos(-rz) & -\sin(-rz) \\ \sin(-rz) & \cos(-rz) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -u_g \\ -v_g \end{pmatrix}$$

減衰 回転

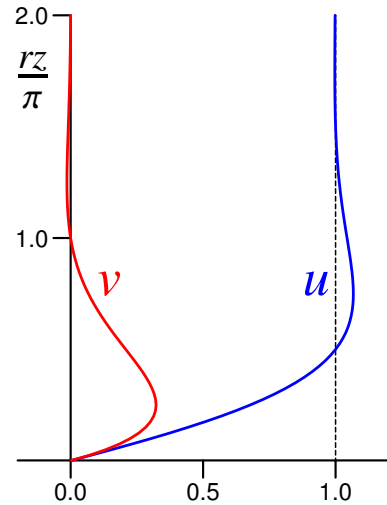
矢印は高さ $rz = \frac{\pi}{8}$ おき



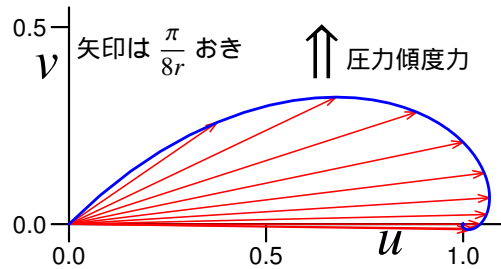
海底エクマン層

$v_g = 0$ の場合 (z はエクマン深度 $\delta_e = \pi/r$, u, v は u_g を単位に表示)

流速の鉛直分布.



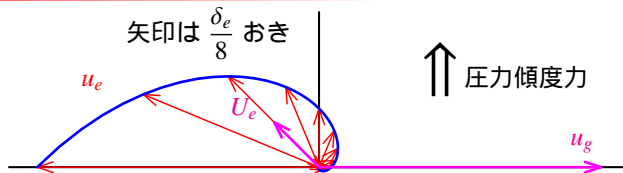
流速ベクトルは「らせん」を描く
...エクマン・スパイラル



$\mathbf{u} = \mathbf{u}_g + \mathbf{u}_e$ を表示

海底エクマン層

粘性によって流速が地衡流から大きくずれる部分をエクマン層という(ずれの流れをエクマン流)



- エクマン深度 $\delta_e = \frac{\pi}{r} = \pi \sqrt{\frac{2K_V}{|f|}}$ (摩擦深度. π をつけない場合もある)

($f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $K_V = 10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ であれば, $\delta_e = 4.4 \text{ m}$. K_V の値は不詳)

エクマン深度だけ離れたら, エクマン流の $\left\{ \begin{array}{l} \text{流向は } 180 \text{ 度回転} \\ \text{速さは } e^{-\pi} = 4\% \text{ に減衰} \end{array} \right.$

- エクマン輸送...エクマン流を海底から上向きに無限遠まで積分する

$$U_e = \int_0^\infty u_e dz = -\frac{\delta_e}{2\pi}(u_g + v_g), \quad V_e = \int_0^\infty v_e dz = -\frac{\delta_e}{2\pi}(v_g - u_g)$$

- 地衡流に対して, エクマン輸送は反時計回りに 135 度ずれる (左後方) 圧力傾度力の方向から反時計回りに 45 度ずれる
- 向きは, 粘性係数 K_V やコリオリ係数 f によらない 摩擦がある場合の質点の運動

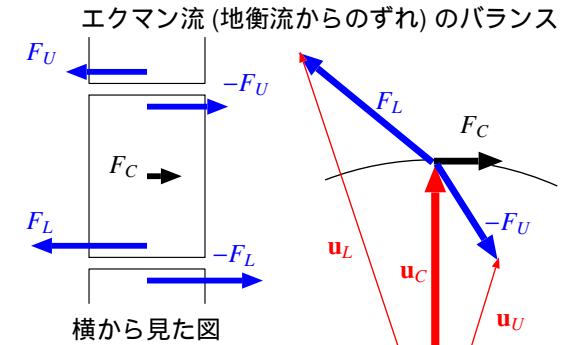
力のバランス

- 圧力項とコリオリ項
地衡流

$$-fv_g = G_x$$

- 粘性項とコリオリ項
エクマン流

$$-fv_e = K_V \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$



エクマン流の力のバランスを考える

- 摩擦は上下の流速ベクトルの差に比例 ($F_L \propto \mathbf{u}_L - \mathbf{u}_C$)
 - 上下の摩擦の差がコリオリ力とバランス ($F_C = F_U - F_L$)
- 流速が弱くなる方向に向かって, コリオリ力の向き (時計回り) に回転

海面に風が吹いている場合

海面を吹く風が摩擦により海洋に力を及ぼす ... 風応力 (単位面積当たりの力)
(習慣として τ , ギリシャ文字のタウ) 単位: N m^{-2}

海面を $z = 0$ とすると, そこでの境界条件は (ρ は, 海水の密度)

$$\tau_x = \rho K_V \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \tau_y = \rho K_V \frac{\partial v}{\partial z} \quad (\tau_x, \tau_y \text{ は, それぞれ } x, y \text{ 方向の風応力})$$

風によって生まれる流れ (エクマン流) だけを考慮する.

一般解のうち, 下向きに減衰する e^{rz} の項だけを残す (海は $z < 0$)

$$\frac{1}{2\rho K_V r} = \frac{r}{\rho f} = \frac{\pi}{\rho f \delta_e} \text{ を使って, 少し書き換えると, } \left(r = \sqrt{\frac{|f|}{2K_V}} = \frac{\pi}{\delta_e} \right).$$

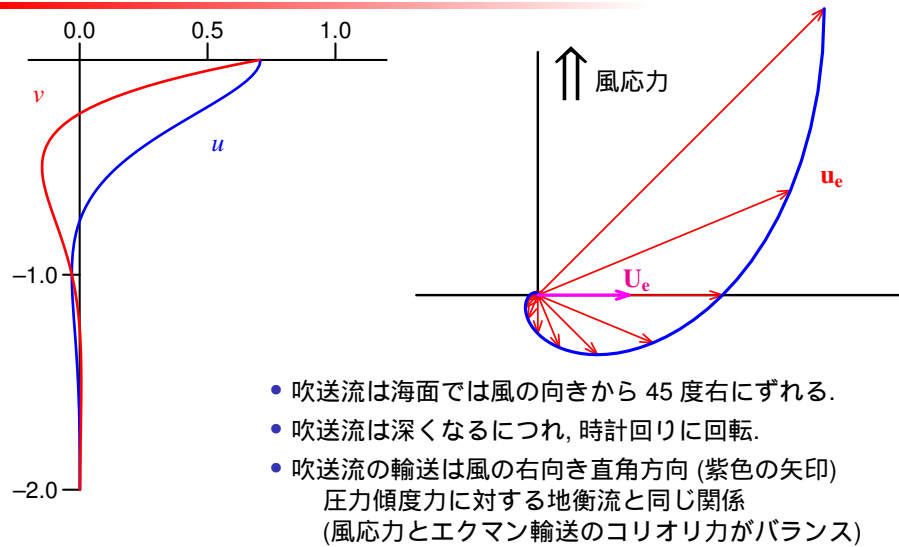
$$\begin{pmatrix} u_e \\ v_e \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}\pi}{\rho f \delta_e} e^{rz} \begin{pmatrix} \cos(rz - \frac{\pi}{4}) & -\sin(rz - \frac{\pi}{4}) \\ \sin(rz - \frac{\pi}{4}) & \cos(rz - \frac{\pi}{4}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_x \\ \tau_y \end{pmatrix}$$

- 海面 $z = 0$ で, 流速は風に対して, $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$ 右に傾く

$$\text{エクマン輸送} \dots U_e = \frac{\tau_y}{\rho f}, \quad V_e = -\frac{\tau_x}{\rho f}$$

K_V に依存せず, 向きは風応力に対して直角右向き

エクマン吹送流

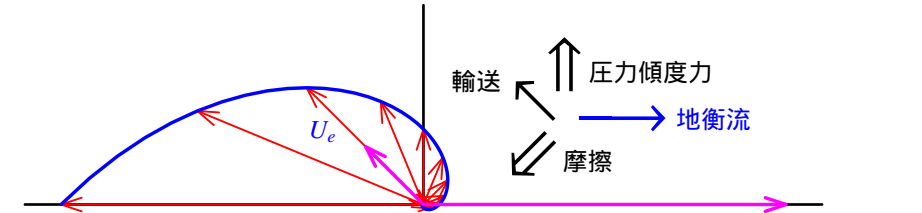


北極海の海水は風下から右に傾いて流されるというナンセンの報告を元に、エクマンが 1902 年に導いた。

海底の摩擦

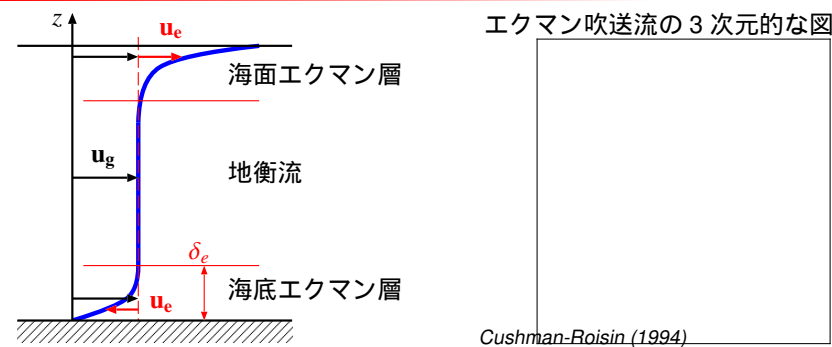
エクマン流は、海面でも海底でも同じ
海面...風応力 (大気が海に与える力)
⇕
海底...海底摩擦 (海底が海に与える力)

- 地衡流は、海底から右後ろ向きに力を受ける
- 海底は、その逆向きに地衡流に引っ張られる



海洋を大気、海底を海面・地面と置き換えると、大気のエクマン層
大気 (風速 10 m s^{-1}) から見れば、海 (流速 1 m s^{-1}) はほとんど止まっている
大気が海面でつける摩擦の反作用が「風応力」
風応力 = 運動量フラックス (大気・海洋間の運動量の交換) 顕熱フラックス

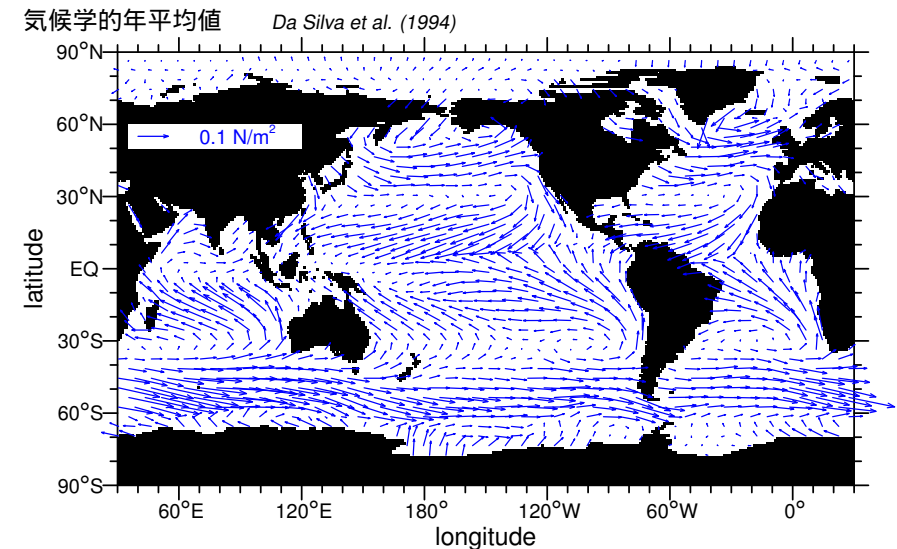
エクマン層



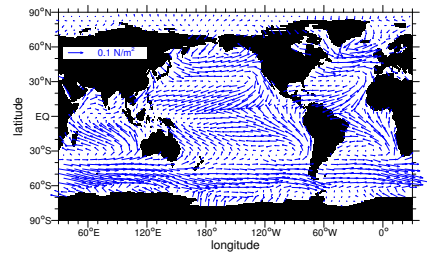
- 海面の風や海底の摩擦の応力は、エクマン層内でコリオリ力とバランスして、その外には影響しない (コリオリ力がないと、放物線)
- 層の厚さは、コリオリ係数に依存...係数が小さい (低緯度) ほど、厚い
エクマン深度... { 赤道では、無限大 (別のバランスを考える)
 { 一般には、数メートル~数十メートル
- 一般には、エクマン層の方が海面冷却による混合層より薄い (夏季でもエクマン層内で水が上下に混合され、薄い混合層が形成される)

風応力の分布

風応力は、海上を吹く風速 (通常 10m の高さ) から経験式で算出。
大気下層のエクマン層があるので、風向や風速の高さ方向の変化を考慮



風応力の分布の特徴



- 風応力の大きさの目安: 0.1 N m^{-2}
季節変化も大きい 季節風
- 風は、南北成分よりも東西成分の方が大きい
 - 低緯度...貿易風 (西向き) 北向きの輸送
 - 中緯度...偏西風 (東向き) 南向きの輸送
 - 高緯度...極偏東風 (西向き) 北向きの輸送北半球の場合
エクマン輸送の向きは風に対して北半球では右に (南半球では左に) 90 度
- 海洋の東側 (カリフォルニア沖, ペルー沖など) では、岸に沿って赤道向き
エクマン輸送は、岸から沖に向く
- 南極の周りは東向き エクマン輸送は、北向き