流体地球科学 第5回

東京大学 大気海洋研究所 准教授
藤尾伸三
http://ovd.aori.u-tokyo.ac.jp/fujio/2015chiba/
fujio@aori.u-tokyo.ac.jp

2015/11/13

最終更新日 2015/11/24

前回のポイント (2)

- 緯度による鉛直分布の違い
  - 低緯度では, 表層と深層の水温差が大きい…密度差は水温で決まる
  - 高緯度では, 表層の水温が低下→水温差が減少…密度差も減少
    - (北極海では, 塩分が大きな密度差を作る)

前回のポイント (1)

海洋の熱フラックス (W m^{-2}) … 100 W m^{-2} のオーダー

- 熱の出入りは海面のみ…ポテンシャル温度の基準 (海水の熱の総量)
- 全体としては, 太陽放射 (入る) = 潜熱＋正味の長波放射＋顕熱 (出る)
  熱は
  - その場の水温を変化させる (日変化, 年変化)
  - 海の内部を運ばれる (海流, 渦)
- 成層の年変化
  - 冬から夏 (加熱)…季節躍層が作られる
  - 夏から冬 (冷却)…混合層が作られる
- 熱輸送…低緯度で熱を受け取り, 高緯度で放出 → 極向きの熱輸送
  特に, 太平洋赤道域東部で入り, 日本の東やアメリカ東海岸の東で出る
  ※ 一番の高温域は, 太平洋赤道域西部 (エル・ニーニョ現象)
  地球全体の熱輸送…乾燥大気, 湿潤大気, 海洋

淡水フラックス (m/年, mm/h) … 1m/年 (0.1mm/h) のオーダー

- 降水, 河川水, 蒸発 → 塩分変化 (食塩水の問題として解く)
  蒸発…海洋から大気に「潜熱」が移動 → 熱フラックス, 熱輸送
  全体として, 蒸発が大きい (特に, 中緯度 → 海面塩分が高い)
- 太平洋より大西洋の方が海面塩分が高い → 重いので, 沈む

水温・塩分の南北断面図

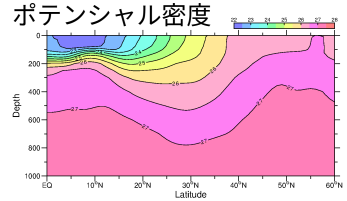
北太平洋 (180°E), 2 月気候値

水温
- 海面付近…赤道が最も高い
  - 混合層は北ほど厚い
- 深さ 500m 付近 (永久躍層)
  - …中緯度が最も高い

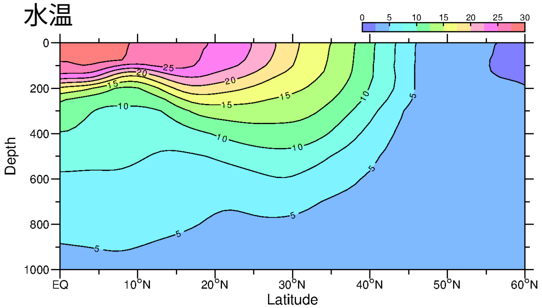
亜表層の塩分の低い部分
→ 高緯度の海面の水が移動

水は, 同じ深度ではなく, 同じ密度の深さを流れる

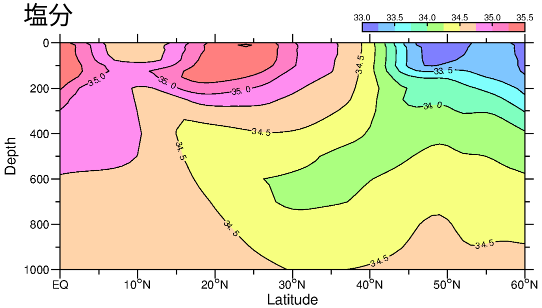
ポテンシャル密度



水温



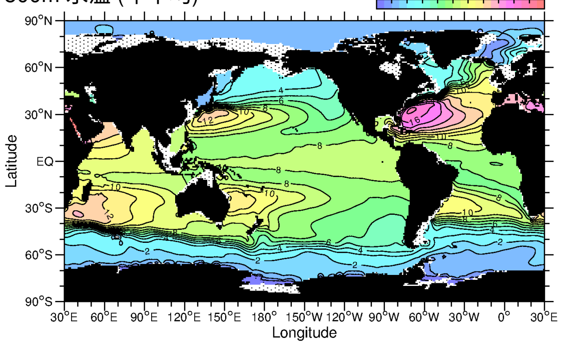
塩分



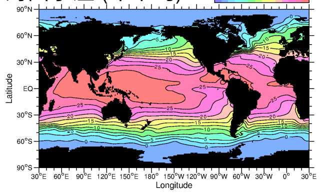
fujio@aori.u-tokyo.ac.jp

水温の水平分布

500m 水温 (年平均)



海面水温 (年平均)



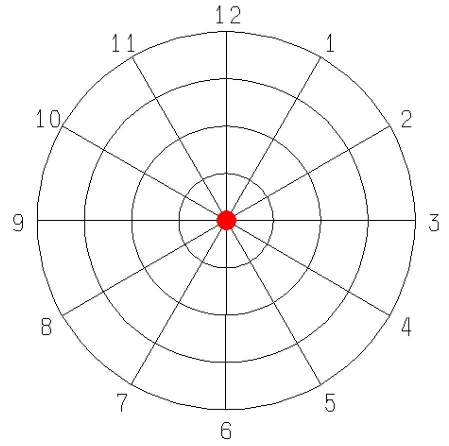
赤道付近がもっとも暖かい

- 緯度 30 度付近, 海の西側がもっとも暖かい (黒潮や湾流が流れている場所).
  北太平洋よりも北大西洋の方が暖かい (塩分が高いので, 密度は高い)
- 500m は, 中緯度における主水温躍層の深さ
  (混合層・季節躍層の下なので, 海面熱フラックスの影響を受けない)
  → 流れている水はほぼ同じ温度を保つ (熱拡散等で徐々に変化)
  → ほぼ等温線に沿って水は流れている

回転盤上のボールの動き

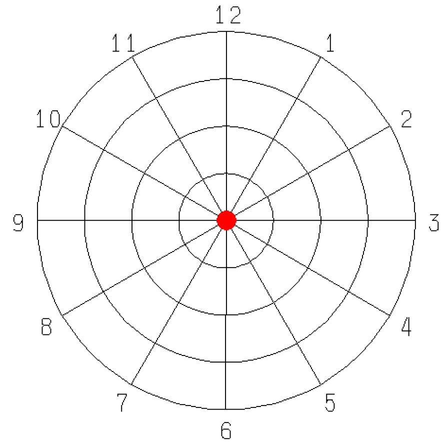
反時計回りに回転する板の上でボールを転がす

回転盤の外から見た場合



ボールは直進する

回転盤の上で見た場合



ボールは右に曲がる

※ 外から中心に向かって転がしても, 右に曲がるのか?

コリオリの力

大気や海洋の運動を考える場合, きわめて重要
一方, 日常生活で実感することはない.

※ 結果だけ知っていても, まったく困らない

文章で書くと

コリオリの力 (転向力) は, 北半球では物体の進行方向に対して右向き (南半球では左向き) にかかり, 大きさは速度に比例する.

数式で書くと

緯度 ϕ, 地球自転の角速度 Ω, 物体の速度 v, 物体の質量 m とすると,

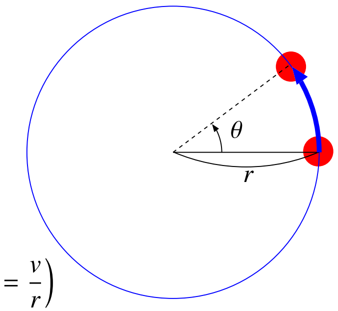
$$F = 2\Omega \sin\phi \times mv = fmv$$

($f = 2\Omega \sin\phi$: コリオリ係数)

浜野洋三「地球のしくみ」より
ただし, この図は不正確

角速度

- 角度の単位はラジアン (radian)
  一周 = 360 度 = 2π [rad]
  半径 r, 中心角 θ ならば, 弧の長さ… $\ell = r\theta$

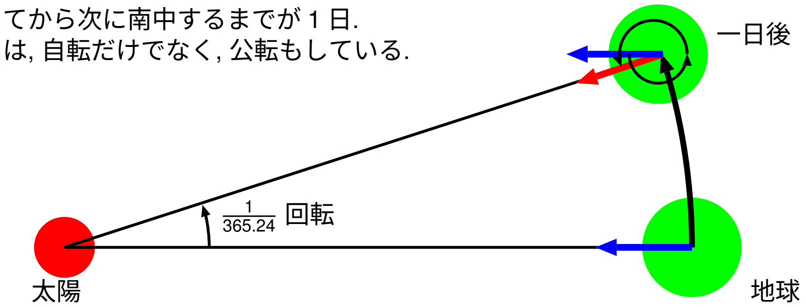


- 角速度 ω … 単位時間に回る角度
  単位 (s^{-1} または rad s^{-1}).
  符合は, 反時計周り (左回り) をプラス.

  物体の速度 (単位時間に動く長さ)… $v = r\omega \quad \left(\omega = \frac{v}{r}\right)$
  角速度が同じなら, 中心から遠ざかるほど, 速い
- 周期 T … 一周にかかる時間 $T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \left(\omega = \frac{2\pi}{T}\right)$
- 波の場合によく使われる用語
  - 振動数 (周波数, 単位 Hz) … 単位時間に回る回数 $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$
  - 角振動数 (角周波数) …角速度と同じ ($\omega = 2\pi f$)

地球自転の角速度

南中してから次に南中するまでが 1 日.
実際には, 自転だけでなく, 公転もしている.



- 1 日に 「1 回転+1/365.24 回転」(1.002738 回転)
  1 回転は 24 時間/1.002738=23 時間 56 分 4 秒 (1 恒星日) → 1 太陽日=24 時間

$$角速度\ \Omega = \frac{2\pi}{23\,時間\,56\,分} = \frac{2\pi}{24\,時間} + \frac{2\pi}{365.24\,日} = 7.292\times10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$$

※ もし周期を 24 時間にすると, $\Omega = 7.272\times10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$.

月は常に地球に同じ面を向けている → 自転周期と公転周期が同じ

運動の法則

ニュートンの運動の法則 (第 2 法則) ⋯ $ma = F$

F は物体に加わる力, m は物体の質量, a は加速度.

時間 t, 速度 v, 運動量 $M = mv$ を使えば, $m\dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dM}{dt} = F$ ⋯運動量保存の式

- 力が働かないと等速直線運動する (慣性の法則, 第 1 法則)
  → 加速する物体には力がかかっている
- 自分が加速しているのに本人が気づいていないと, 「みかけの力」が働く

※ 速度や力はベクトルなので, それぞれの成分について成立

$$m\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{u} = (u, v, w)$$

※ 速度を積分すると, 「位置 (距離)」 になる

$$\frac{dx}{dt} = u \quad \Leftrightarrow \quad x = \int u\, dt$$

コリオリ力の導出

さまざまな導出法がある.

- 回転盤の実験 (直感的にはわかるが⋯)
- ベクトルによる座標変換 (数式の変形. 確かにそうなるけれど⋯なぜ?)
- 角運動量と遠心力を使う (わかるような, わからないような⋯)
- 幾何学的な説明

1735 年⋯ハドレーが地球の自転による風向の変化を指摘
1831 年⋯コリオリが導出
1851 年⋯フーコーによる振り子の実験 (← 地球が 1 回転で, 振り子は 2 回転)

加速する電車

電車が加速する場合, 車内にぶら下がっているボール (つり革) は, 傾く.
※ 加速度一定 → 傾いて静止する.

- 電車の外から見た場合
  ボールはひもに引っ張られて, 電車と同じ速さで加速 (赤い矢印)
- 電車の中で見た場合 (ボールが加速していることに気づかない)
  みかけの力 (赤い矢印と反対方向の力) が働き, 張力・重力の 3 力がバランス

授業 16:10→17:40
金曜日 5 時間め (理学部大講義室)
中西, nakanisi@earth.s.chiba-u.ac.jp, 043-290-2850
理学部学務係, iad2880@office.chiba-u.jp, 043-290-2880

自転車/バス	柏の葉 C	南流山	西船橋	西千葉
14:04/13:56m	(区)14:24 →	14:30 (11) 14:41 →	14:59 (7) 15:06 →	15:27
14:12/14:14	(普)14:32 →	14:39 (12) 14:51 →	15:09 (8) 15:17 →	15:38
14:20/14:23	(普)14:40 →	14:51 (10)		
	(普)14:50 →	14:58 (3) 15:01 →	15:19 (4) 15:23 →	15:44
			(10) 15:29 →	15:50
	(普)14:54 →	15:00 (11) 15:11 →	15:29 (6) 15:35 →	15:58

西千葉→理学部 約 10 分 (駅探 13 分)

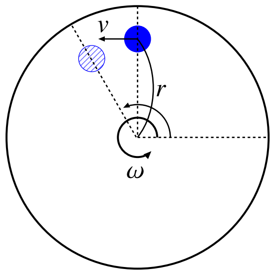
総武線	西千葉発	17:55	18:05	18:12
	お茶の水発	18:50	19:01?	19:06
中央線快速	高円寺着	19:08	19:18	19:23
各駅	高円寺着	19:15	19:31	19:29

総武線	西千葉発	17:55	18:05
快速	稲毛着	17:58	18:08
乗り継ぎ	稲毛発	18:02	18:15
	東京着	18:37	18:52
	東京発	18:42	18:57
	高円寺着	19:02	19:18

遠心力

反時計回りの回転盤上にいる人がボールを離す

- 円盤の外から見ると,
  - ボールは, 接線方向に動く (力を受けていない)
  - 人は, 円周に沿って動く　(力を受けている)
- ボールを離した人から見ると、
  - ボールは, 遠心力で外向きに動く
  - 人は, 動いていない (本当は内側に動いた)

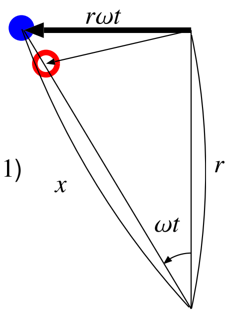


時間 t 経過したときの位置のずれ
　A (◯) 期待される位置,　B (●) 実際の位置
回転の中心から外にずれる…遠心力が働いた

遠心力の大きさ $mr\omega^2$
↑動いた距離 $(r\omega^2 t^2/2)$ を 2 階微分 → 加速度 ($\propto$ 力)

$$x = \sqrt{r^2 + (r\omega t)^2} \sim r\left(1 + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right) \quad (\text{三平方の定理}, \omega t \ll 1)$$

※ 実際には, B は A の延長上にない
　↑ コリオリ力のため, 半径方向から右にずれる

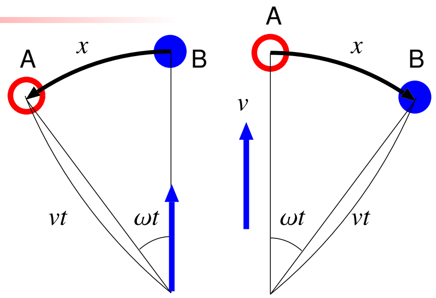


コリオリ力

角速度 ω の回転盤の中心から
外に向かって速度 v でボールを投げる.

t 時間後
　A (◯) 期待される位置
　B (●) 実際の位置

ボールは直進するが, 自分が左に回るため, 右にそれて見える.

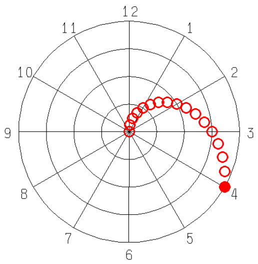


回転盤の外から見た図　　ボールを投げた人が見た図

ずれた距離は, 弧の長さ x なので,
加速度は

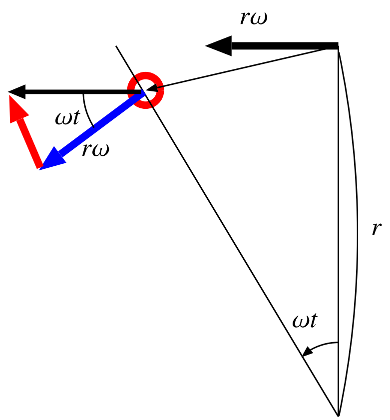
$$x = (vt) \times (\omega t) = \omega v t^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{d^2 x}{dt^2} = 2\omega v$$

ボールは曲がりながら (コリオリ力), 加速 (遠心力)



遠心力による速度ベクトルの変化

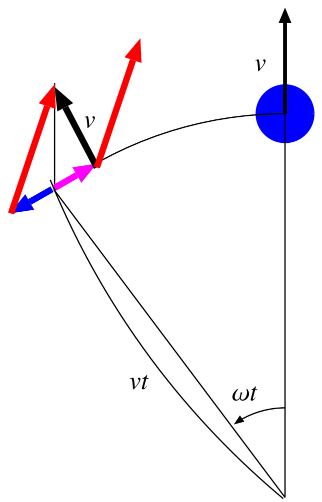
- ボールの速度…黒い矢印
  大きさ $r\omega$.
- t 時間後の回転の速度…青い矢印.
  大きさ $r\omega$
  方向が ωt ずれている.
- 回転盤に対するボールの速度 …赤い矢印
  (回転盤上の人がみる速度)
  大きさ $r\omega \times \omega t = r\omega^2 t$ (外向き)
  → 加速度 $r\omega^2$



コリオリ力による速度ベクトルの変化

- ボールの速度 v
  ・円盤の外からみた速度 (細い黒矢印)
  ・投げたひとが $\begin{cases} \text{期待する速度　(黒い矢印)} \\ \text{実際に見る速度 (赤い矢印)} \end{cases}$
- ボールの位置での円盤の速度 (青い矢印)
  円周方向に ωvt　(半径 $vt \times$ 角速度 ω)
- 回転盤に対するボールの速度 (赤い矢印)
  ※ もとの速度に対して, ほぼ $2\omega t$ 傾く.
  　速くなっているのは遠心力のため
  円周方向の速度は
  - 向きが半径方向から傾いた効果 (紫)
    $v \times \tan\omega t \approx \omega vt$
  - 円周方向の速度を持つ場所に移動した効果 (青)
    (静止して見える物体は青い速度を持つ)
    半径 vt で角度速度 $\omega \rightarrow vt \times \omega$

  両者の和…$2\omega vt$ →加速度 $2\omega v$ (コリオリ力)
- 向きは, 期待される進行方向に対して, 右向き
  (図の太い黒矢印に対して)



円盤の外から見た図

なぜコリオリ力が働くのか

コリオリ力が働くのは, $\begin{cases} \text{盤が回転している} & \cdots\triangle \\ \text{見ている人が回転している} & \cdots\bigcirc \end{cases}$

- コリオリ力は, 見ている人の自転の角速度と, その人から見た物体の速度で決まる. (盤上に静止した人は, どこにいても ω で「自転」している)
- 自転せずに回転している場合, コリオリ力は働かない
  ↑ 遊園地の観覧車

自分が左方向に角速度 ω (> 0) で回転すると, 自分から r 離れたところの静止した物体は, 右方向に円軌道を描いて回って見える.
(物体の角速度 $-\omega$, 周回の速度 $v = r\omega$)

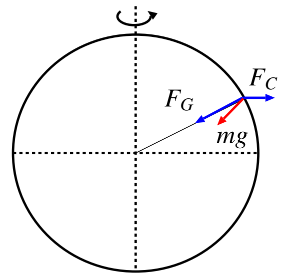
このひとが見る, 物体の力のバランス
※ 円軌道で動く物体には, 向心力がかかっている

- コリオリ力が右向きに (円の中心向きに) かかっている $(2v\omega = 2r\omega^2)$
- 円軌道なので, 遠心力が外向きに働いている $(r\omega^2)$
- その差 $r\omega^2$ が向心力

重力

地上の物体 (質量 m) にかかる力

$\begin{cases} \text{地球の引力 } F_G = G\dfrac{mM}{R^2} \\ \text{遠心力} \quad F_C = mr\Omega^2 \quad (r = R\cos\phi) \end{cases}$



- 地球の中心からの距離 R と緯度 ϕ で決まる
- 遠心力は引力よりはるかに小さい (0.3%以下)

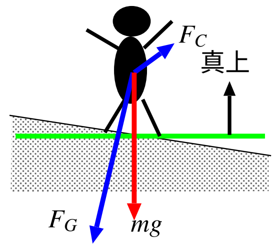
引力と遠心力の和を「重力」と呼ぶ

$\begin{cases} \text{大きさ}\cdots mg \\ \text{向き}\cdots\text{下向き (鉛直の定義)} \end{cases}$

重力加速度 g は場所の関数 (約 9.8m s^{-2}).

- 赤道の方が極よりも 0.5%ほど, 小さい.
- 海洋や大気を扱う場合, 高さの違いは無視できる

※ 重力に加えて, さらに遠心力を含めてはいけない



コリオリ力と遠心力

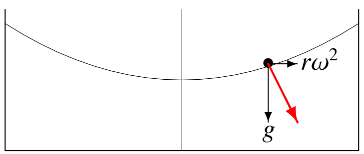
[単位質量の物体にかかる力として]

角速度 ω で回転している状態

- コリオリ力 $(2\omega v)$ ⋯ 進行方向を曲げる力
  速度に比例して, 進行方向に直角 (位置によらない)
- 遠心力　$(r\omega^2)$⋯中心から遠ざける力
  回転の中心からの距離に比例して, 外向き (位置だけで決まる)
  ※ 盤に対して物体が静止するためには「向心力」が働いている
  → 遠心力は打ち消されている

遠心力が打ち消されている例

円筒型の水槽を長時間, 回転させる



- 水は水槽に対して静止する
  遠心力 $r\omega^2$ と重力 g の合力と水面が直交
  → 水面は放物線
- 水面上ではコリオリ力しか働かない

2 次元での運動方程式

反時計回り に回転する系では, コリオリ力は直角右向き
↑ (左回り, 正の回転角)

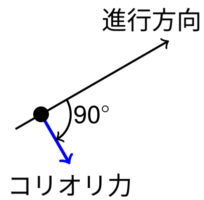
速度を (u, v), コリオリ力を (C_x, C_y) とする.

コリオリ力は, 速度ベクトルを時計回りに 90° 回転 (角度は−90°=$-\pi/2$) させ, コリオリ係数 f $(= 2\omega)$ と物体の質量 m をかける.

$$\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \end{pmatrix} = fm \begin{pmatrix} \cos(-\pi/2) & -\sin(-\pi/2) \\ \sin(-\pi/2) & \cos(-\pi/2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} fmv \\ -fmu \end{pmatrix}$$

コリオリ力は, 左辺に書く場合が多い (fv: コリオリ加速度).
(f の単位は時間の逆数 → fv は加速度の単位)

$$m\frac{du}{dt} - fmv = F_x$$
$$m\frac{dv}{dt} + fmu = F_y$$

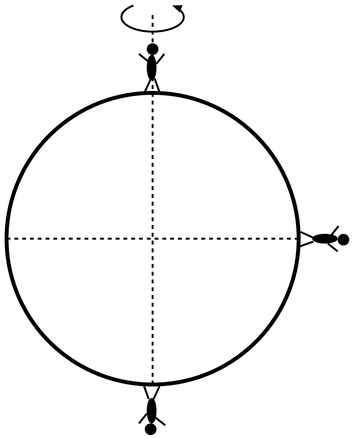


※ (F_x, F_y) は外力 (本当に加えられている力)

地球は回っているか?

「自分」が回っているかどうかが重要

- 北極に立っている人
  反時計回りに, 1 日 1 回転
- 南極に立っている人
  時計回りに, 1 日 1 回転
- 赤道に立っている人
  回転していない (横に移動しているだけ)



緯度 ϕ における角速度 $\cdots \Omega \sin\phi$

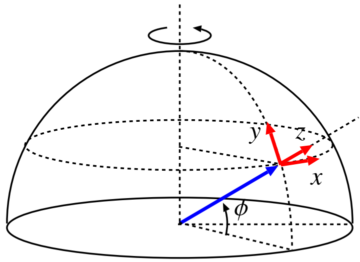
コリオリ係数 $f = 2\Omega \sin\phi$

3 次元での位置の表し方 (座標系)

球座標…地球儀

- 原点を地球の中心に取る
- 緯度, 経度, 中心からの距離 (あるいは, 地面からの距離) を座標に取る

※ 数学的な球座標…「余緯度」(北極からの角度)



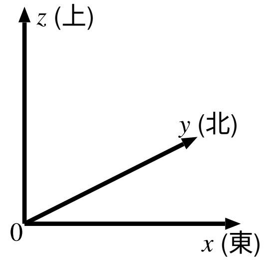
対象とする範囲が狭ければ, 近似的に

直角直交座標 (デカルト座標)…地図

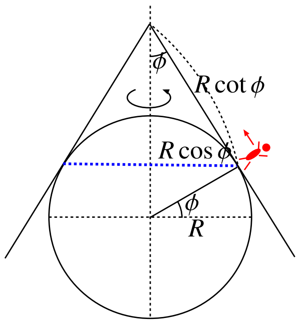
- 原点を地上のどこかに定める.
- z 軸は「上向き」(高さ) ← 海は $z < 0$
  x 軸を東向き, y 軸を北向き (慣例)

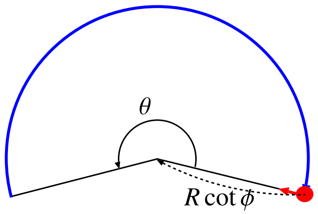
◎鉛直下向き ($-z$ 方向)…重力の向き

◎水平面 (xy 平面)…z 軸と直交する面
  地面が水平から傾いていると, 物体は転がる



緯度による角速度の違い





緯度 ϕ における接平面 (円錐) 上を公転している

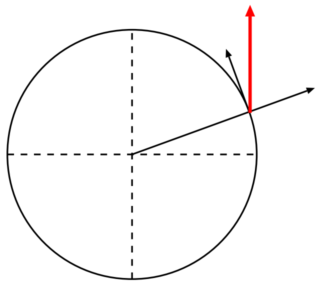
地球が一周したとき, 軌跡は

- 地球上の一周の長さ ⋯・ $2\pi R \cos\phi$
- 接平面では, 中心角を θ とすると, $2\pi R \cot\phi \times \dfrac{\theta}{2\pi}$.

$\theta = 2\pi \sin\phi$ …地球が 2π 回っても, 接平面上では $2\pi \sin\phi$ しか回らない.

3 次元での運動方程式

- 地球自転の角速度ベクトル
  (南極から北極への単位ベクトルに角速度をかけたもの)
  $\mathbf{\Omega} = (0, \Omega\cos\phi, \Omega\sin\phi)$
- 各平面での回転
  xy 平面 (z 軸回り) ⋯ 角速度 $\Omega \sin\phi$
  yz 平面 (x 軸回り) ⋯ 角速度 0
  xz 平面 (y 軸回り) ⋯ 角速度 $\Omega \cos\phi$



南極

それぞれの回転で生まれるコリオリ力の和を取ると,

$$m\frac{du}{dt} - 2\Omega\sin\phi \times mv + 2\Omega\cos\phi \times mw = F_x$$
$$m\frac{dv}{dt} + 2\Omega\sin\phi \times mu = F_y$$
$$m\frac{dw}{dt} - 2\Omega\cos\phi \times mu = F_z$$

ベクトルを使って書くと

$\mathbf{u} = (u, v, w)$

$$m\frac{d\mathbf{u}}{dt} + 2\mathbf{\Omega} \times m\mathbf{u} = \mathbf{F}$$

赤道では, 上に動くと, 西向きのコリオリ力がかかる

※ 水平面 (xy 平面) 上でしか動かないならば, $w \equiv 0 \rightarrow$ 2 次元の運動方程式