

流体地球科学 第12回

東京大学 大気海洋研究所 准教授
藤尾伸三
http://ovd.aori.u-tokyo.ac.jp/fujio/2015chiba/
fujio@aori.u-tokyo.ac.jp

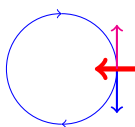
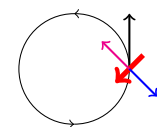
2016/1/22

最終更新日 2016/1/19

前回のポイント

水柱は自転している $\left\{ \begin{array}{l} \text{地面と一緒に、大きく自転 (惑星渦度 } f) \\ \text{地面に対して、わずかに自転 (相対渦度 } \zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}) \end{array} \right.$

ポテンシャル渦度 (水柱の角運動量) は保存... $\frac{D}{Dt} \left(\frac{f + \zeta}{H + \eta} \right) = 0 \quad (f \gg \zeta, H \gg \eta)$

- 基本的には、 f/H の等値線に沿って流れる (相対渦度 $\zeta = 0$)
 - $\left\{ \begin{array}{l} \text{高緯度 に動く } \frac{f + \zeta}{H} \text{ が一定 } f \text{ と逆符号の } \zeta \\ \text{浅い方} \end{array} \right.$
 - $\left\{ \begin{array}{l} \text{水柱の上端の下降流 (負の回転の風応力) は水柱を平たくする } \zeta \\ \text{水柱の下端の上昇流 (正の渦度の順圧流)} \end{array} \right.$
- 風応力に対して **エクマン輸送は右向き (コリオリカ)**
- 
- 流れに対して **輸送は後方 45度低圧 (コリオリカ, まさつ)**
- 
- 低圧

水深が変化しない場合

$$\frac{D\zeta}{Dt} + \beta v = \frac{f}{H} \left(w_e - \frac{\delta_e}{2\pi} \zeta \right)$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{水柱の自転 (相対渦度の時間変化)} \\ \text{水柱の南北移動 (惑星渦度の移流)} \\ \text{風のトルク} \\ \text{海底摩擦のトルク (相対渦度の減衰)} \end{array} \right.$

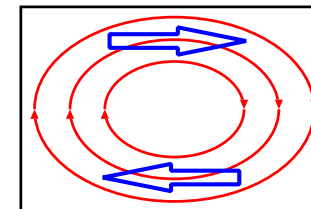
風成循環

北半球の亜熱帯循環系 ($w_e < 0, \text{curl}_z \tau < 0$)

$$\frac{D\zeta}{Dt} + \beta v = \frac{f}{H} \left(w_e - \frac{\delta_e}{2\pi} \zeta \right)$$

静止した海 ($\zeta = 0$) に風が吹く

- 風により水柱が縮む 負の相対渦度が増加
時計回りの循環が形成される



定常状態は? (右辺第1項は定数なので、ほかのどれかと釣り合う必要がある)

左辺第1項とは釣り合わない

現実として、相対渦度は惑星渦度より、とても小さいので。

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{D(f + \cancel{\zeta})}{Dt} = \cancel{\frac{D\zeta}{Dt}} + \beta v$$

風成循環その1

北半球の亜熱帯循環系 ($w_e < 0, \text{curl}_z \tau < 0$)

$$\cancel{\beta v} = \frac{f}{H} \left(w_e - \frac{\delta_e}{2\pi} \zeta \right)$$

コリオリ係数 f が定数 (地球が平ら, $\beta = 0$)
(あるいは、左辺が小さい)

右辺カッコ内がバランス

負の渦度の循環は、海底エクマン層では下降流 (発散) を作る。
海面エクマン層の下降流と、海底エクマン層の下降流が一致するまで、時計回りの循環が強化される

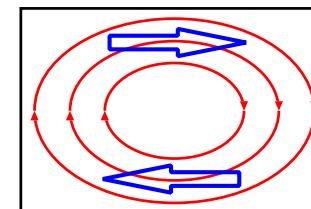
$$w_e = 10^{-6} \text{ m s}^{-1}, \delta_e / 2\pi = 1 \text{ m とすれば, } \zeta = 2\pi w_e / \delta_e = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

- 惑星渦度 f の大きさ 10^{-4} s^{-1} より小さい
- 循環系を半径 1000km (緯度の幅 20度) の渦と思えば, $\zeta = 2v/R \quad v = 0.5 \text{ m s}^{-1}$

現実には、地球は丸い。

β の大きさは $10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ なので、 $H = 1000 \text{ m}$ (海底まで流れない) として
 $v = 0.5 \text{ m s}^{-1} \quad \beta v = 5 \times 10^{-12} > f w_e / H = 10^{-13}$

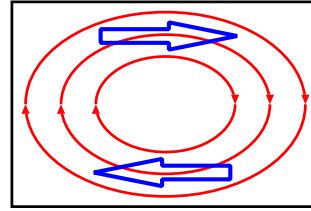
右辺同士がバランスする前に、 βv が有意になる



風成循環その2

北半球の亜熱帯循環系 ($w_e < 0, \text{curl}_z \tau < 0$)

$$\beta v = \frac{f}{H} \left(w_e - \frac{\delta_e \zeta}{2\pi} \right)$$

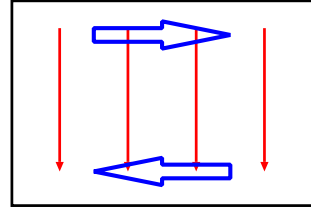


相対渦度 $\zeta = 0$ を仮定する

(あるいは, 右辺第2項が小さい)

風が与える渦度と惑星渦度の移流とバランス

$$\beta v = \frac{f w_e}{H} \quad (\text{スベルドラップ平衡})$$



$w_e < 0$ であれば, $v < 0$ (南向き)

$w_e = -10^{-6} \text{ m s}^{-1}, f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}, \beta = 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1},$
 $H = 1000 \text{ m}$ ならば, $v = -0.01 \text{ m s}^{-1}$

- 南向きはバランスできるが, 北向きはできない
- 一方的に南に流れるのは, 定常にならない (北向きが必要)

風成循環その3

北半球の亜熱帯循環系 ($w_e < 0, \text{curl}_z \tau < 0$)

$$\beta v = \frac{f}{H} \left(w_e - \frac{\delta_e \zeta}{2\pi} \right)$$

$w_e = 0$ だと, 最初の前提が狂うが...

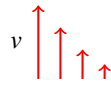
右辺第1項が小さい

惑星渦度の移流と海底摩擦による相対渦度の減衰がバランス

$$\beta v = -\frac{\delta_e f}{2\pi H} \zeta$$

相対渦度 $\zeta < 0$ なので, $v > 0$ (北向き)

$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} < 0$ かつ $v > 0$ なので, 西ほど強く北に流れる。



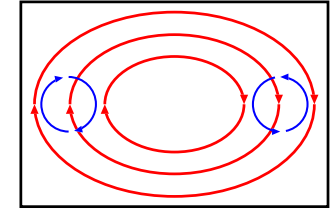
北に流れる場合には, どれほど流速が大きくてもバランス可能

- 南北に流れると, 惑星渦度が変化する
- 南向きと北向きは, 対称ではない

西岸強化

水柱が南北に移動すると惑星渦度が変化
相対渦度が生まれる

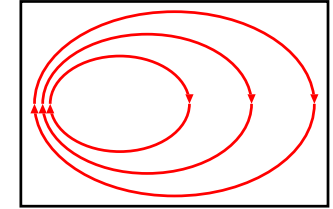
- 海の東側: 南向き 正の渦度 (風を打ち消す)
風の渦度とバランス
- 海の西側: 北向き 負の渦度 (風と同じ)
負の渦度が増加 強い流れができる
海底摩擦が作る正の渦度とバランス



西岸強化

西側では強められ, 東側では弱められる
(流量は同じなので, 幅は西が狭く, 東が広い)
循環は西に寄る (西岸強化)

南半球でも, 亜寒帯循環系 (正のエクマン湧昇) でも, 海の「西側」が強められる。



西側の強い流れ: 西岸境界流

黒潮は北太平洋の亜熱帯循環の西岸境界流 (親潮は亜寒帯循環)。

黒潮は風が作るのではなく, 風で南に流された水が北に戻っているだけ。

水柱は循環を一周すると, 惑星渦度はもとの値。

風が与える渦度は, 西岸境界流の海底摩擦で失われる。

スベルドラップ平衡

エクマン湧昇による水柱の伸縮と, 南北移動による惑星渦度の変化がバランス

$$\frac{f}{H} = \frac{f + \beta \Delta y}{H + w_e \Delta t} \quad v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f w_e}{\beta H}$$

流れは風向や風速と一致しない (回転成分と一致)

貿易風と偏西風ではなく, 北ほど強い西風であっても同じ結果
(一様な風応力は, 海面を傾かせ, 圧力傾度力とバランス 静止)

別解: 順圧の地衡流 $-f v_g = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, f u_g = -g \frac{\partial \eta}{\partial y}$

渦度方程式 (η を消去) を作ると, $f \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) + \frac{df}{dy} v_g = 0$

連続の式 $\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ を使って, $\beta v_g = f \frac{\partial w}{\partial z} = f \frac{w_e}{H}$

エクマン湧昇 $w_e = \text{curl}_z \left(\frac{\tau}{\rho f} \right) = \frac{\text{curl}_z \tau}{\rho f} + \frac{\beta \tau_x}{\rho f^2}$

地衡流の輸送 $V_g = v_g H = \frac{f w_e}{\beta} = \frac{\text{curl}_z \tau}{\rho \beta} + \frac{\tau_x}{\rho f}$, エクマン輸送 $V_e = -\frac{\tau_x}{\rho f}$

スベルドラップ輸送 $V_s = \frac{\text{curl}_z \tau}{\rho \beta} = V_g + V_e = \text{地衡流} + \text{エクマン流} = \text{正味の輸送}$

スベルドラップ輸送

目安の大きさ

$$\begin{cases} \tau_x = 0.1 \text{ N m}^{-2}, f = 10^{-4} \text{ s}^{-1} \text{ とすると, } V_e = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}. \\ \text{curl}_z \tau = 10^{-7} \text{ N m}^{-3}, \beta = 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ とすると, } V_s = 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$

- スベルドラップ輸送の方がエクマン輸送よりも大きい
地衡流の輸送は、ほぼスベルドラップ輸送 $V_g \approx V_s = 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
- 地衡流が 1000m の深さまで流れるとすれば、流速 $v_g = 0.01 \text{ ms}^{-1}$
- $\text{curl}_z \tau = 0$ では、 $V_s = 0$
南北方向に正味の輸送はない (地衡流とエクマン流が打ち消し合う)

風だけでは東西方向の輸送は不明 質量の保存 (連続の式) を使う

流量

ある地点から V を東向きに東端 x_E まで積分すると、その東で北に流れる流量

$$\psi(x, y) = \int_x^{x_E} V(x', y) dx'$$

海面の高さが時間変化しなければ、連続の式により、その地点から U を北向きに $V = 0$ まで積分した西向きの流量に等しい

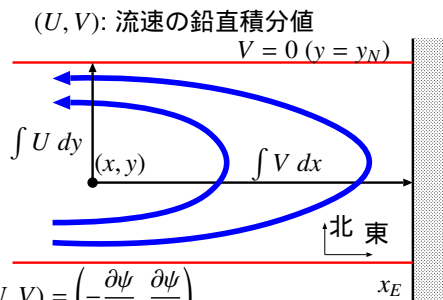
$$\psi(x, y) = - \int_y^{y_N} U(x, y') dy' \quad (U, V) = \left(-\frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)$$

- 地衡流では、 ψ は圧力 (あるいは水位) に相当する

$$-fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

ただし、 f が緯度で変化するため、厳密には一致しない。

- ψ の等値線は流線を表す (ψ : 流線関数あるいは流れ関数)
普通の流体力学で持ちいられる ψ とは符号が逆 (圧力に合わせるため)
 x x_E の区間を横切る流線は、必ず y y_N の区間も横切る



スベルドラップ流量

風による南北流量 ... スベルドラップ流量 (地衡流 + エクマン流)

$$\psi(x, y) = \int_x^{x_E} V_s(x', y) dx' = \int_x^{x_E} \frac{\text{curl}_z \tau}{\rho \beta} dx'$$

- スベルドラップ流量は、西岸境界流として循環する
- $V = 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, 大洋の東西幅 1 万 km (10^7 m) とすると、
海全体での流量は、 $10 \times 10^7 = 100 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ (過大!)

水位 ... 地衡流量とスベルドラップ流量がほぼ同じとみなせば、

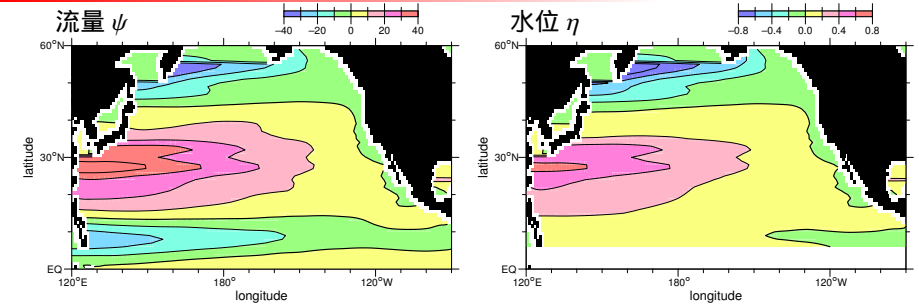
$$\beta v_g H = f w_e, \quad -f v_g = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \beta \left(\frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) H = f w_e$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{f^2 w_e}{\beta g H} \quad \eta(x, y) = \eta(x_E, y) - \int_x^{x_E} \frac{f^2 w_e}{\beta g H} dx'$$

- 亜熱帯循環 $w_e < 0$ では、水位 η は西向きに増加 地衡流は南向き
- 亜寒帯循環 $w_e > 0$ では、水位 η は西向きに減少 地衡流は北向き

- 海の東岸 (x_E) での水位が必要
- 水位差は、 H にも依存する...現実的な η は 1m 程度

風成循環

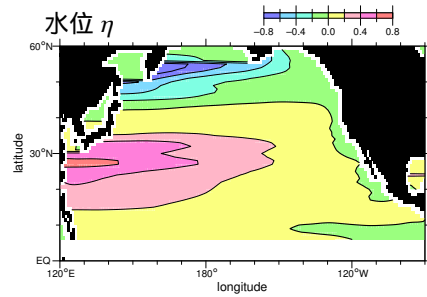


- 海の東端から西向きに積分する... 南極周辺は計算できない (ドレーク海峡)
東端の海岸線を横切る流れがないので、東端では ψ 一定, η 一定
- 流量の単位は $10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$
流れは、北半球では正の領域は時計回り、負の領域は反時計回り。
西端には、「西岸境界流」ができる。黒潮は $40 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$
- 水位の単位は m (H が決まらないので、値は重要でない。図は 500m で計算)
水位の高い場所 (高圧部) が赤色 北半球では時計回り
日本の南がもっと水位が高い 黒潮 (西岸境界流)

海面の圧力場の比較

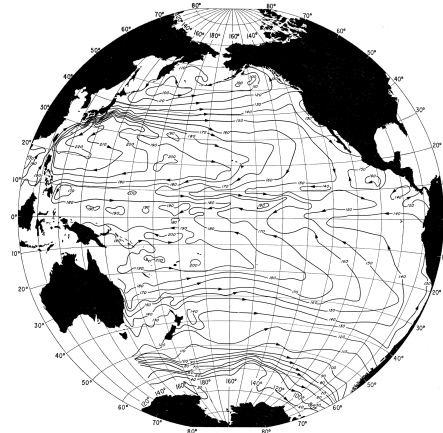
風応力の分布から海面の水位を計算

観測した水温・塩分から密度を求めて、
静水圧により海面圧力を計算



(等値線 20cm 間隔)

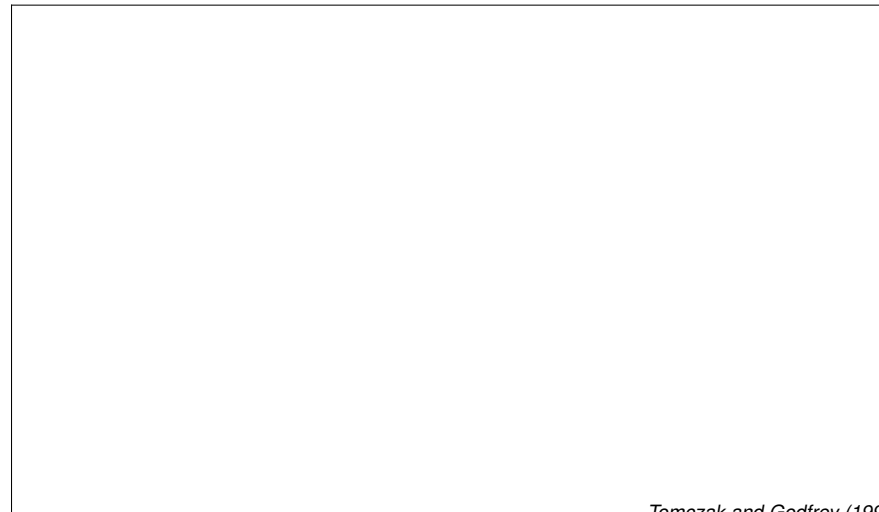
どちらも、太平洋の西側は東側にくらべて、80cm 高い



(等値線 10cm 間隔) Wyrcki (1975)

Godfrey (1989) による流量

オーストラリア周りを正しく計算したもの
(前の図とは使っている風応力が異なる)



Tomeczak and Godfrey (1994)

ストンメルの西岸境界流

ストンメル (1948) の西岸境界流理論

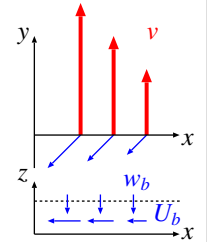
$$\beta v = \frac{f}{H} \left(w_e - \frac{\delta_e}{2\pi} \zeta \right)$$

強く北向きに流れる部分では、相対渦度はほぼ v の勾配で決まる

$$\beta v = \frac{f}{H} \left(w_e - \frac{\delta_e}{2\pi} \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$vH = A e^{-x/L_w} + \frac{fw_e}{\beta}$$

西岸境界流
スベルドリップ流



$L_w = \frac{f\delta_e}{2\pi\beta H}$... 西岸境界流の幅の目安 (δ_e や H が不詳).

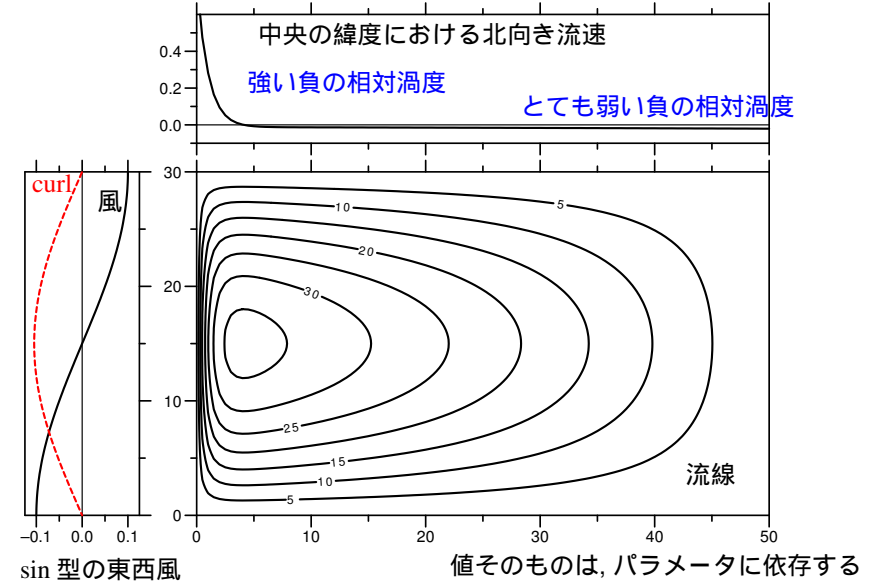
- 緯度によって変化 (β は赤道で最大、両極で 0 なので、高緯度ほど狭い)
- 現実の黒潮などは 100km 程度.

積分定数 A は、海全体で南向きの流量と北向きの流量がバランスするように決める

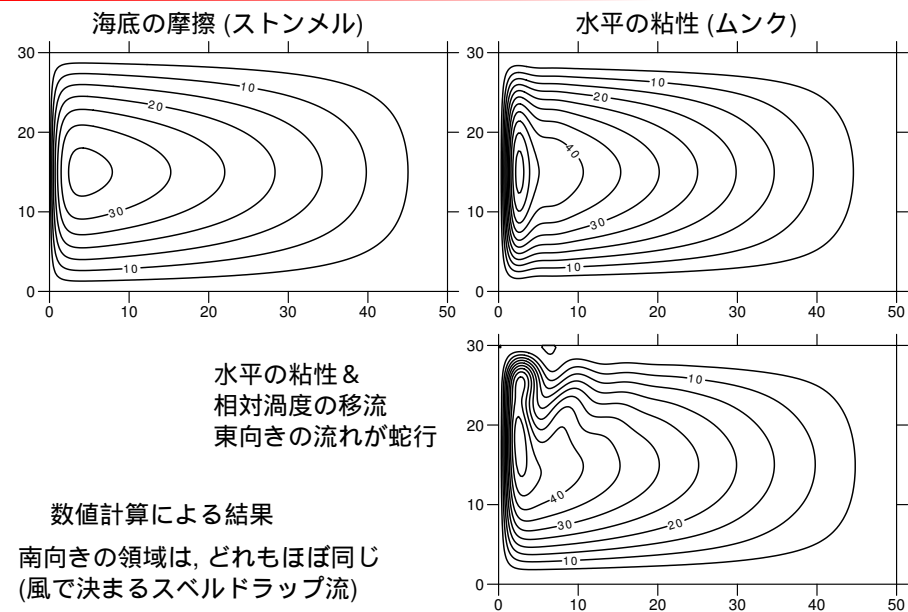
$$\int_0^{x_E} vH dx = 0 \quad A \text{ が決まる}$$

ストンメルの西岸境界流モデル

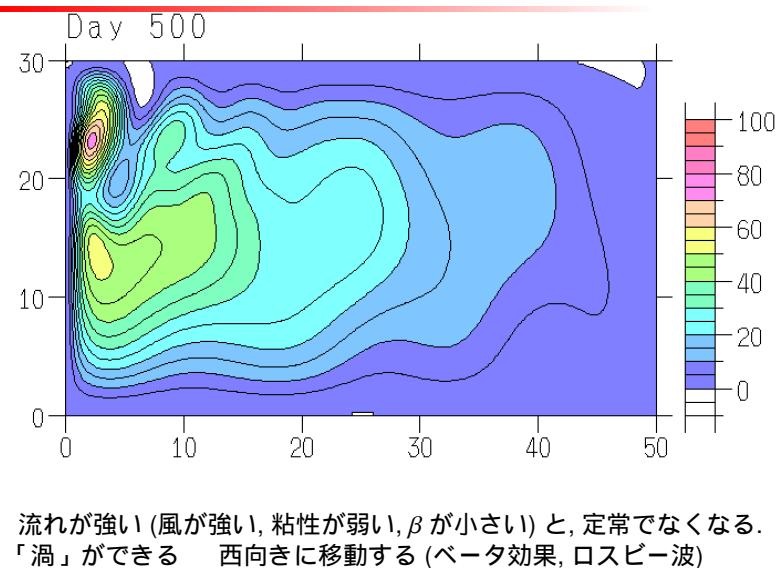
ベータ平面... $\beta = \text{一定}$ の平面 ($f = f_0 + \beta_0 y$) f_0, β_0 は領域の中央の緯度の値



いろいろな西岸境界流モデル



流れが強い西岸境界流



傾圧

ここまで, 海水の密度は一様を仮定 順圧流 (深さ方向に変化しない流れ)

実際には, $\left\{ \begin{array}{l} \text{わずかだが密度は変化 (1022 kg m}^{-3} \sim 1028 \text{ kg m}^{-3}) \\ \text{海流も深いほど流速は弱い} \end{array} \right.$

東経 180 度の南北断面
(気候学的年平均値)
World Ocean Atlas (2009)

- 順圧 (海面の傾斜)
流速は深さによらない
密度差 1000 kg m^{-3} , 高さ 1m
- 傾圧 (海水の水平方向の密度差)
流速は深さで異なる
密度差 5 kg m^{-3} , 高さ 500m

実際には, 順圧成分と傾圧成分は同じ程度

